Ο προγραμματισμός ως πλαίσιο επικοινωνίας για κατανόηση εννοιών στα μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο[i]

Ανδρέας Σάββα[ii], Μιχάλης Χριστοφορίδης & Λουκάς Λουκά
Ερευνητική Ομάδα Μάθησης στις Φυσικές και Περιβαλλοντικές Επιστήμες
Πανεπιστήμιο Κύπρου
andreass@ucy.ac.cy, micchri@ucy.ac.cy, loucas@ucy.ac.cy

Περίληψη

Η θέση της επικοινωνίας στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι ιδιαίτερα σημαντική αφού η οικοδόμηση εννοιών και στρατηγικών είναι συν τοις άλλοις μια κοινωνική δραστηριότητα. Στο άρθρο αυτό αναλύουμε με ποιοτικές μεθόδους μελέτης δεδομένων τη χρήση προγραμματισμού από μαθητές δημοτικού σχολείου με το λογισμικό Stagecast Creator ως πλαίσιο εργασίας με σκοπό την υποβοήθηση της επικοινωνίας μεταξύ των μαθητών, ενώ ασχολούνται με διάφορα μοντέλα στα οποία εμπλέκονται μαθηματικές έννοιες (πρώτοι αριθμοί, πολλαπλάσιο, υπόλοιπο). Η ανάλυση επικεντρώνεται στους τρόπους και τα εργαλεία που το συγκεκριμένο λογισμικό παρέχει στους μαθητές για τη διευκόλυνση της χρήσης και επικοινωνίας μαθηματικών εννοιών, δημιουργώντας έτσι ένα φυσικό και αυθεντικό περιβάλλον μελέτης και μάθησης μαθηματικών εννοιών.

Λέξεις κλειδιά

Λογισμικά προγραμματισμού, μαθηματική επικοινωνία, ανάλυση διαλόγου

Εισαγωγή

Ο ρόλος της επικοινωνίας στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών αποκτά βαρύνουσα σημασία τα τελευταία χρόνια (Cockcroft, 1982 (p.71), Kieran, 2001). Μια από τις πέντε περιοχές σημαντικών διαδικασιών που πρέπει οι μαθητές να αναπτύξουν είναι η ικανότητα να επικοινωνούν και η μαθηματική επικοινωνία να χαρακτηρίζεται από σαφήνεια και ακρίβεια. (NCTM, 2000). Έτσι δημιουργείται η ανάγκη να εξευρεθούν κατάλληλα πλαίσια μέσα στα οποία οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν αυθόρμητα και φυσικά, μαθηματικές έννοιες για να διερευνήσουν ή να επιλύσουν μια κατάσταση προβλήματος που προκύπτει. Επειδή η οικοδόμηση της γνώσης έχει πάντα και κοινωνικό χαρακτήρα, η επικοινωνία με τους συμμαθητές σε κάθε στάδιο της μαθησιακής διαδικασίας (στην αποκρυστάλλωση και διατύπωση του προβλήματος, στις υποθέσεις λύσεων, στη διερεύνηση συγκεκριμένων προτάσεων λύσης, στην επεξήγηση και αποδοχή ή απόρριψη τους) έχει σημαίνοντα ρόλο.

Η επικοινωνία στη μαθηματική παιδεία

Η έννοια της επικοινωνίας διαβαθμίζεται ποιοτικά σε διαφορετικά επίπεδα. Οι μαθητές μπορεί να ανταλλάζουν ανεξάρτητα λεκτικά μηνύματα χωρίς αυτά να συγκροτούν ένα συμπαγές σύνολο με συνέχεια και συνοχή. Σε ένα πιο υψηλό επίπεδο ο διάλογος εξελίσσεται σε ανάπτυξη επιχειρημάτων γύρω από το ίδιο θέμα (ο ένας μαθητής προβληματίζεται με το θέμα που εγείρει ο συμμαθητής του). Σε ένα ακόμα πιο υψηλό επίπεδο οι μαθητές επιχειρηματολογούν και αιτιολογούν την άποψή τους καταρρίπτοντας η επικυρώνοντας τις διαφορετικές απόψεις που ακούστηκαν. Μέσα από τη μαθηματική επικοινωνία ο μαθητής οικοδομεί την μαθηματική σημασία (Hatano & Inagaki, 1991).

Ο ρόλος της επικοινωνίας αναδεικνύεται περισσότερο, όσο πιο κατάλληλο είναι το πλαίσιο μέσα στο οποίο αναδύονται οι προβληματικές καταστάσεις. Η μάθηση μιας μαθηματικής έννοιας απαιτεί ένα τέτοιο πλαίσιο, μια προβληματική κατάσταση, η επίλυση της οποίας χρειάζεται την ενεργοποίηση δομών που συγκροτούν τη στοχευόμενη έννοια. Όσο πιο φυσικά και αβίαστα εμφανίζεται η ανάγκη χρησιμοποίησης της έννοιας στο πλαίσιο του προβλήματος, τόσο καλύτερο θεωρείται το πλαίσιο αυτό. Κάτω από αυτές τις συνθήκες τα παιδιά ανακαλύπτουν δομές εντελώς καινούργιες για αυτά, ή χρησιμοποιούν προϋπάρχουσες γνώσεις με ένα καθ' όλα νέο τρόπο για να ανταποκριθούν στις ανάγκες που επιβάλλει το νέο πλαίσιο (μαθηματικές και γλωσσικές). Η μαθησιακή διαδικασία έρχεται ακολούθως και επισημοποιεί /εγκυροποιεί τη δραστηριότητα των παιδιών (Γαγάτσης, 1997).

Εντός του περιβάλλοντος μιας αυθεντικής συζήτησης ο εκπαιδευτικός μπορεί να αντιληφθεί τους τρόπους σκέψης των μαθητών (Schoenfeld, 1987) και να παρέμβει ανάλογα. Η προσπάθεια των μαθητών να πείσουν τους συμμαθητές τους για τις διαφορετικές απόψεις τους, τους βοηθά να αναπτύξουν την κατάλληλη γλώσσα για έκφραση των μαθηματικών ιδεών και την ικανότητα εκτίμησης-διάκρισης της ανάγκης για ακρίβεια και σαφήνεια σε αυτή τη γλώσσα (Hatano & Inagaki, 1991).

Η ποιότητα μιας συζήτησης βέβαια δεν είναι πάντοτε και κατ΄ ανάγκη υψηλή, ιδιαίτερα αν ο εκπαιδευτικός δεν προβεί σε μια πραγματική εκχώρηση του υπό συζήτηση θέματος στους μαθητές και προσπαθεί με αφύσικο τρόπο να «διδάξει» τους μαθητές τι πρέπει να πουν. Η ικανότητα των μαθητών να συζητούν με γόνιμο τρόπο χρειάζεται χρόνο, για να αναπτυχθεί και ταυτόχρονα έναν εκπαιδευτικό που γνωρίζει και εκτιμά την αξία αυτής της ικανότητας, αλλά και τα γνωρίσματά της. Διότι όπως όλα τα άλλα θέματα στα μαθηματικά, και η επικοινωνία διδάσκεται και μαθαίνεται στην τάξη (Lampert & Cobb, 2003).

Η δραστηριότητα του προγραμματισμού ως πλαίσιο επικοινωνίας στα μαθηματικά

Η έρευνα από την οποία αντλούμε τα δεδομένα που παρουσιάζουμε στο άρθρο αυτό στηρίζεται στην ιδέα ότι ο προγραμματισμός μπορεί να αποτελέσει ένα πιθανό πλαίσιο επικοινωνίας για τους μαθητές στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης και βασίζεται σε ένα διαχρονικό (τις τελευταίες 3 δεκαετίες) ερευνητικό ενδιαφέρον για τη χρήση Λογισμικών Προγραμματισμού (ΛΠ) για την ανάπτυξη δεξιοτήτων συλλογισμού σε μαθητές (Papert, 1980; 1993, Wilensky & Resnick, 1999). Με τον όρο «επικοινωνία» σε αυτή την περίπτωση (όπως και στο υπόλοιπο άρθρο) εννοούμε τη διαπραγμάτευση μαθηματικών ιδεών και εννοιών μεταξύ των μαθητών, εστιάζοντας την προσοχή μας, όπως και στην ανάλυση που παραθέτουμε παρακάτω, σε δύο κύριους άξονες: (1) την επικοινωνία **ιδεών** μεταξύ των μαθητών και συνεπώς το **πλαίσιο** μέσα στο οποίο επιτυγχάνεται τέτοια επικοινωνία, καθώς οι μαθητές προσπαθούν να δώσουν λύση σε προβλήματα κατασκευάζοντας προγράμματα και (2) στον τρόπο επαναπροσδιορισμού λειτουργικών ορισμών των εννοιών που χρησιμοποιούν, λόγω ακριβώς της ανάγκης χρήσης της γλώσσας προγραμματισμού για επικοινωνία στην ομάδα εργασίας. Οι δύο αυτοί άξονες βοηθούν τόσο στην καλύτερη κατανόηση των εννοιών όσο και στην πιο δημιουργική προσέγγισή τους (Sherin, 1996, Smith & Cypher ,1999)

Η δραστηριότητα του προγραμματισμού επιτρέπει στους μαθητές να δημιουργούν μικρόκοσμους, δηλαδή δομημένα περιβάλλοντα με συγκεκριμένους κανόνες, τα οποία οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιούν για να διερευνούν και χειρίζονται διάφορες υποθέσεις, υποκείμενοι ταυτόχρονα στις προϋποθέσεις και στους περιορισμούς του μικρόκοσμου (Pea, 1984). Για την αναπαράσταση διαφόρων μαθηματικών (αλλά όχι μόνο) εννοιών μέσω των μικρόκοσμων, οι μαθητές χρειάζεται να αναλύσουν τη γνώση/ιδέες για μια κατάσταση σε μικρά τεμάχια γνώσης τα οποία να είναι εύκολο να μεταφραστούν σε προγράμματα, μετατρέποντας έτσι ιδέες και έννοιες σε λειτουργική, εξειδικευμένη και τεχνικά ακριβή γλώσσα προγραμματισμού (diSessa, 1988). Επιπρόσθετα, επειδή η δραστηριότητα του προγραμματισμού εμπεριέχει τον περιορισμό της τυπικής ακρίβειας της γλώσσας, βοηθά τους μαθητές να οικοδομήσουν και νέες, βελτιωμένες μορφές εννοιών, που υπό άλλες συνθήκες, ίσως έχουν για τους μαθητές ένα καθημερινό χαρακτήρα, εξαρτημένο άμεσα από το πλαίσιο που εμφανίζονται (context-dependent meanings) (Louca, 2004). Τούτο συμβάλλει και στην εξάσκηση της ποσοτικής ακρίβειας (quantitative precision): Για να μπορεί μια ιδέα/έννοια να είναι χρήσιμη στα μαθηματικά , πρέπει να γίνει ικανοποιητικά ακριβής, ώστε να διατηρεί το ίδιο νόημα με συνέπεια σε διαφορετικά συγκείμενα (Hammer & Elby, 2003).

Στο άρθρο αυτό αναλύουμε μία σύντομη συζήτηση από μία ομάδα 3 μαθητών, οι οποίοι προσπαθούν να δημιουργήσουν ένα πρόγραμμα πρώτων αριθμών (βλέπε πιο κάτω για περισσότερες λεπτομέρειες) με το λογισμικό Stagecast Creator. Το Stagecast Creator είναι ΛΠ το οποίο χρησιμοποιεί κανόνες της μορφής «Αν... τότε...» για σκοπούς προγραμματισμού. Ο κάθε χρήστης μπορεί να κατασκευάζει κανόνες για τη συμπεριφορά χαρακτήρων, με κάθε έναν κανόνα να ανταποκρίνεται σε μία συμπεριφορά. Ο προγραμματισμός υποστηρίζεται με συγκεκριμένη δομή από το λογισμικό, παρέχοντας δύο παράθυρα δημιουργίας κανόνων. Στο πρώτο παράθυρο οι μαθητές πρέπει να καθορίσουν τις συνθήκες («Αν...»), οι οποίες όταν ικανοποιούνται εφαρμόζεται ο κανόνας, και στο δεύτερο καθορίζεται η ενέργεια που θα επιτελεί ο κανόνας («τότε...»), όταν ικανοποιούνται οι συγκεκριμένες συνθήκες.

Μεθοδολογία

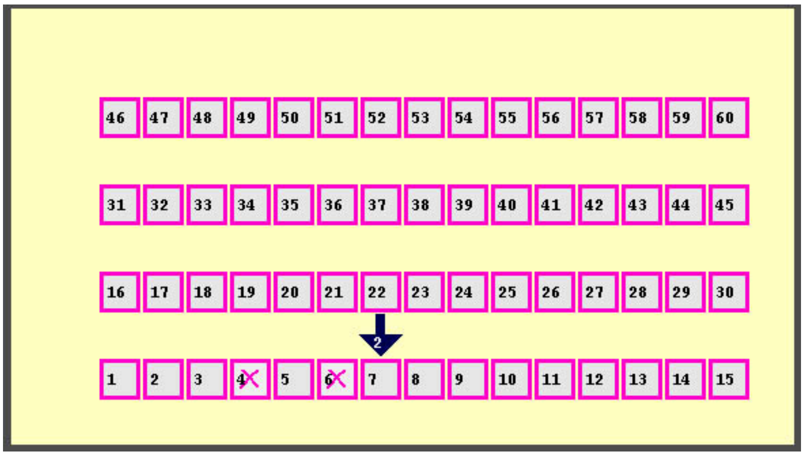
Η έρευνα αυτή είναι μια ερμηνευτική ποιοτική μελέτη (Bogdan& Bilken, 1998) ενταγμένη στην παράδοση της μελέτης περίπτωσης (case study) (Merriam, 1988), με σκοπό να περιγράψει την εργασία και επικοινωνία των παιδιών Δ' , Ε' και Στ' τάξης του δημοτικού, ενώ εργάζονται με ένα ΛΠ. Συγκεκριμένα μια ομάδα 8 μαθητών (1 από την Στ' τάξη, 2 από την Ε' τάξη και 5 από την Δ' τάξη) εργαζόταν με το λογισμικό Stagecast Creator (Smith & Cypher, 1999). Κατά τη διάρκεια του μαθήματος, τα παιδιά εργάζονταν στον Η.Υ σε ομάδες των 2 ή 3 ατόμων. Σε μερικά σημεία του μαθήματος (ανάλογα με την περίπτωση) γίνονταν συζητήσεις με σκοπό την επικοινωνία ιδεών, εισηγήσεων και σχολιασμό των διαφόρων πιθανών λύσεων της κάθε ομάδας. Σε κάθε συνάντηση ήταν παρόν δύο από εμάς: ένας εκπαιδευτικός (πρώτος ή δεύτερος συγγραφέας) και ένας ερευνητής (τρίτος συγγραφέας). Ο εκπαιδευτικός συντόνιζε τη συζήτηση και προσπαθούσε να προωθήσει τα παιδιά να ακούσουν κριτικά τα όσα έχουν να πουν οι συμμαθητές τους και να διατυπώσουν με ακρίβεια και ενάργεια τα όσα ήθελαν να πουν.

Για την ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιούμε την ανάλυση των συζητήσεων των μαθητών (analysis of student conversation, Edwards & Mercer, 1995; Louca, 2004), η οποία αποτελεί μια διαθεματική προσέγγιση στην ανάλυση του λόγου. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τεχνικές έρευνας από τη γλωσσολογία, την εκπαιδευτική ψυχολογία και εκπαιδευτική έρευνα (Edwards & Mercer, 1995). Έχει δε χρησιμοποιηθεί από ερευνητές που ανέλυσαν συζητήσεις μαθητών στην επιστήμη και μαθηματικά (Ball, 1993; Gallas, 1995) στα πλαίσια μιας σύγχρονης έμφασης στη μαθηματική παιδεία για ανάλυση των συζητήσεων που συμβαίνουν μέσα στην τάξη.

Κατά την ανάλυση χρησιμοποιούμε μέρος από τις απομαγνητοφωνημένες συζητήσεις των μαθητών, και περιγράφουμε τι ακριβώς βλέπουμε να κάνουν οι μαθητές μέσα στη συζήτηση προσπαθώντας να αποτυπώσουμε το περιεχόμενο και το συγκείμενο της συζήτησης. Βασικός στόχος ήταν να διαφανούν περιπτώσεις στις οποίες η διαδικασία του προγραμματισμού διευκόλυνε ή/και «απαιτούσε» με διάφορους τρόπους τη χρήση μαθηματικών εννοιών και ιδεών κατά την επικοινωνία των μαθητών.

Αποτελέσματα

Η εργασία που περιγράφουμε πιο κάτω ήταν μέρος μίας μεγαλύτερης ενότητας κατά την οποία οι μαθητές κατασκεύασαν πρόγραμμα που διέγραφε βήμα-βήμα όλους τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 60, που δεν ήταν πρώτοι, έτσι ώστε να μείνουν μόνο οι πρώτοι αριθμοί. Στους μαθητές δόθηκε ένα προκατασκευασμένο περιβάλλον όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.



Εικόνα 1 : Πρόγραμμα Πρώτων Αριθμών

Το πρόγραμμα, όπως συζητήθηκε με όλη την τάξη και αποφασίστηκε από κοινού (παρατίθενται μετά αποσπάσματα των συζητήσεων) διαγράφει τους αριθμούς που είναι πολλαπλάσια άλλων αριθμών ξεκινώντας από το 2 μέχρι το 60. Σε κάθε κύκλο του προγράμματος επιλέγεται ο επόμενος αριθμός που δεν είναι ήδη σβησμένος (ο αριθμός αυτός βρίσκεται πάνω στο βέλος) και διαγράφονται όλα τα πολλαπλάσιά του (εκτός του εαυτού του) όπως φαίνεται στην Εικόνα 1. Με αυτή τη διαδικασία οι μαθητές διαπίστωσαν ότι οι αριθμοί που δε θα διαγράφονταν θα ήταν οι αριθμοί που δεν είναι πολλαπλάσια άλλου αριθμού και άρα θα ήταν οι πρώτοι. αριθμοί

Μετά την προκαταρτική συζήτηση, ο εκπαιδευτικός ζήτησε από τους μαθητές να συζητήσουν στις ομάδες τους για πιθανά προγράμματα που θα μπορούσαν να υλοποιήσουν την πιο πάνω λειτουργία. Στο επεισόδιο αυτό παρουσιάζουμε και αναλύουμε τη συζήτηση μιας ομάδας μαθητών καθώς προσπαθούν να συντάξουν το πρόγραμμα που θα επιτύγχανε τη διαγραφή των πολλαπλασίων του 2.

Μόλις ο εκπαιδευτικός ανάθεσε την εργασία και καθόρισε τις ομάδες εργασίας, οι μαθητές ξεκίνησαν να συζητούν τις διάφορες ιδέες. Η Μαθήτρια 1 και ο Μαθητής 1 φοιτούν στην Δ’ τάξη ενώ η Μαθήτρια 2 φοιτά στην Στ’ τάξη. Ο Ερευνητής είναι ο εκπαιδευτικός που είχε την επίβλεψη του συγκεκριμένου μαθήματος.

1. *Μαθητής 1[iii]: Όταν μπει [το πρόγραμμα] σε εκείνα... το αν [συνθήκη προγράμματος] ή το τότε [αποτέλεσμα του προγράμματος όταν ικανοποιείται η συνθήκη] δεν έχει κάτι που… έπρεπε να βάλεις φορές αντί συν, να βάλεις, ... να βάλεις επί το πολλαπλάσιο του...*

2. *Μαθήτρια 1: Του 2;*
3. *Μαθητής 1: Ναι. Δεν μπορεί [να γίνει];*
4. *Μαθήτρια 1: Δεν ξέρω...*
5. *Μαθητής 1: Να δοκιμάσουμε.*
6. *Μαθήτρια 2: Τι εννοείς, δεν άκουσα.*
7. *[...]*
8. *Μαθητής 1: Ας πούμε όταν λέμε, εκεί που λέει αν [συνθήκη] και τότε [ενέργεια], και αντί να βάλεις συν, να βάλεις επί, φορές.*
9. *Μαθήτρια 2: Επί 2*
10. *Μαθητής 1: Ναι, και να βάλεις πολλαπλάσια του, μερικά πολλαπλάσια.*
11. *Μαθήτρια 1: Εκεί λοιπόν που λέει..., [εκεί που] γράφουμε το αν [συνθήκη], τι θα γράψουμε;*
12. *Ερευνητής : ...Ακριβώς, τι θα γράψεις, αν τι; Αν…*
13. *Μαθήτρια 1: …Αν, αντί αν να βάλουμε για να πολλαπλασιάσεις…*
14. *Μαθήτρια 2: Αν είναι 2, αν είναι 2 το τούτο…*
15. *Ερευνητής : …Να του πούμε αν είναι 2 να βάλλεις Χ;*
16. *Μαθήτρια 2: Όχι αν είναι το πολλαπλάσιο…*

Οι μαθητές στην ομάδα αυτή, έχοντας ήδη τρίμηνη εμπειρία με το λογισμικό ξεκίνησαν να συζητούν για το πρόγραμμα (κανόνα) που έπρεπε να γράψουν, χρησιμοποιώντας τη δομή που παρέχει το πρόγραμμα ως βάση για τη συνομιλία τους. Ο Μαθητής 1 ήδη από τη γραμμή 1 αρχίζει να αναλύει το πρόβλημα της εξεύρεσης των πολλαπλασίων του 2 σε «αν...» (συνθήκη κανόνα) «και» τότε (ενέργεια κανόνα, όταν ικανοποιείται η συνθήκη). Η ιδέα γίνεται αποδεκτή πολύ σύντομα από την ομάδα, αν και οι λεπτομέρειες υλοποίησής της δεν είναι ξεκάθαρες ακόμη. Ούτε και ο ίδιος ο Μαθητής 1 όπως αναφέρει στη γραμμή 3 δεν είναι σίγουρος για το πώς και αν τέτοια σκέψη είναι δυνατό να υλοποιηθεί. Παρά την αβεβαιότητα οι μαθητές φαίνεται να ακολουθούν αυτή την κατεύθυνση.

Στις γραμμές 8-16 οι μαθητές προσπαθούν να ξεκαθαρίσουν τη συνθήκη που θα έχει ο κανόνας τους, μετά από παρότρυνση του εκπαιδευτικού που παρευρισκόταν στη συζήτηση. Από τη συζήτηση σε αυτές τις γραμμές, δημιουργείται η εντύπωση ότι οι μαθητές δεν είναι σίγουροι ακριβώς για το πώς θα τυποποιήσουν τη συνθήκη (αν ένας αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 2), αν και η ιδέα σε αρκετές περιπτώσεις είναι ξεκάθαρη (π.χ. γραμμές 10, 16). Πιθανότατα τούτο οφειλόταν στο γεγονός ότι οι μαθητές δεν είχαν ξεκάθαρη την ιδέα του πολλαπλασίου, πότε δηλαδή ένας αριθμός είναι πολλαπλάσιο κάποιου άλλου, με μόνο σίγουρο ότι η σχέση τους σχετίζεται με τον πολλαπλασιασμό. Τούτο, όπως και ο εκπαιδευτικός αντιλήφθηκε εκείνη τη στιγμή ήταν και ο λόγος της αβεβαιότητας των μαθητών – εκείνο που είχαν ανάγκη ήταν να ορίσουν λειτουργικά, με γλώσσα που να είναι σε όλους κατανοητή με τον ίδιο τρόπο, πότε ένας αριθμός είναι πολλαπλάσιο κάποιου άλλου. Αυτό ήταν και το επόμενο βήμα του εκπαιδευτικού στη συζήτηση.

Πριν προχωρήσουμε στο υπόλοιπο της συζήτησης θα θέλαμε να υπογραμμίσουμε μερικά σημαντικά σημεία. Αν και στις πρώτες γραμμές της απομαγνητοφωνημένης συνομιλίας τους δεν μπαίνουν σε καμία λεπτομέρεια προγραμματισμού (πώς και τι θα προγραμματίσουν), εντούτοις για σκοπούς επικοινωνίας αναφέρονται στη συνθήκη και ενέργεια του κανόνα. Υποστηρίζουμε ότι οι μαθητές αναγνώρισαν τη σχέση του συγκεκριμένου προβλήματος (η διαγραφή των πολλαπλασίων του 2) με τη δομή των κανόνων προγραμματισμού στο Stagecast Creator και η προσπάθεια ήταν να σπάσουν το πρόβλημα σε μέρη που να αντιστοιχούν σε αυτή τη δομή. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι αυτή η λειτουργία δεν είναι εύκολη υπόθεση – η πείρα μας με μαθητές δημοτικού είναι ότι παίρνει αρκετό καιρό μέχρι να μπορούν να τη χρησιμοποιούν λειτουργικά –, αλλά ταυτόχρονα αποτελεί ένα από τα πλεονεκτήματα της διαδικασίας του προγραμματισμού ως εργαλείο, στην περίπτωση αυτή, επικοινωνίας και οργάνωσης μαθηματικών ιδεών.

17. *Ερευνητής : Μα δεν ξέρει [το πρόγραμμα] τι είναι, δεν υπάρχει μέσα στο computer η λέξη πολλαπλάσιο.*
18. *Μαθητής 1: Επί όμως έχει;*
19. *Ερευνητής : Το επί το έχει, ναι.*
20. *Μαθητής 1: Ε, εντάξει.*
21. *Ερευνητής : Αλλά τι θα κάμει φορές [πολλαπλασιάζει]; Δηλαδή όποιο αριθμό και να πάρεις…*
22. *Μαθητής 1: Το 2.*
23. *Ερευνητής : Μα…*
24. *Μαθήτρια 1: Όχι, μα αφού έτσι που λες…*
25. *Ερευνητής : Και το 5 το κάνεις φορές 2. Πόσα κάνει…*
26. *Μαθήτρια 1: Ναι...!*
27. *Μαθητής 1: Όλους [τους αριθμούς] να τους κάνεις φορές 2.*
28. *Ερευνητής : 5 φορές 2. Και το 7 μπορείς να το κάνεις φορές 2.*
29. *Μαθήτρια 1: Όλους.*
30. *Ερευνητής : Δεν απαγορεύεται οποιοδήποτε. Αυτοί οι αριθμοί που θέλουμε, τι θέλουμε να κάνουν;*
31. *Μαθητής 1: Να…*
32. *Μαθήτρια 1: Να είναι πολλαπλάσια του 2, να διαιρούνται με το 2!*
33. *Ερευνητής : Ναι, να είναι πολλαπλάσια του 2…*
34. *Μαθήτρια 1: …Να διαιρούνται...*
35. *Ερευνητής : Για να, πρόσεξε, για να είναι πολλαπλάσια του 2…*
36. *Μαθήτρια 1: …για να μπορούν να διαιρούνται με το 2.*
37. *Ερευνητής: Για να είναι πολλαπλάσια του 2 δεν σημαίνει ότι μπορούν να πολλαπλασιάζονται με το 2. Διότι όλοι οι αριθμοί…*
38. *Μαθήτρια 1: Ακριβώς, πρέπει να διαιρούνται με το 2! Πρέπει να διαιρούνται με το 2.*
39. *Μαθήτρια 2: Α! Οι αριθμοί που διαιρούνται με το 2….*
40. *Μαθήτρια 1: … Αφού …*
41. *Μαθήτρια 2: Αν οι αριθμοί διαιρούνται με το 2 τότε θα βάλει Χ.*
42. *Ερευνητής: Α. Περίμενε.*

Στη γραμμή 17 ο εκπαιδευτικός προσπάθησε να λύσει το πρόβλημα επικοινωνίας που είχαν οι μαθητές για το πότε ένας αριθμός είναι πολλαπλάσιο κάποιου άλλου, υπογραμμίζοντας ότι η λέξη πολλαπλάσιο δεν είναι μέσα στο λεξιλόγιο της γλώσσας προγραμματισμού που χρησιμοποιεί το Stagecast Creator. Ο Μαθητής 1 αμέσως ανταποκρίθηκε (γραμμή 18) με το ότι το σύμβολο του πολλαπλασιασμού υπάρχει και πάλι σημειώνοντας την ιδέα ότι ο πολλαπλασιασμός έχει κάποια σχέση, χωρίς όμως να την κάνει ξεκάθαρη. Πολύ σύντομα, η Μαθήτρια 1 κατανόησε το σημείο που έθιγε ο εκπαιδευτικός, ότι η συνθήκη (πολλαπλάσια του 2) μεταφραζόταν στη γλώσσα του Stagecast ως οι αριθμοί που διαιρούνται με το 2 (γραμμές 32, 36, 38) και η Μαθήτρια 2 στη γραμμή 41 διατυπώνει για πρώτη φορά στην ομάδα ξεκάθαρα τη συνθήκη του κανόνα.

Βέβαια δεν υποστηρίζουμε εδώ ότι οι μαθητές χρησιμοποιούν ώριμη μαθηματική σκέψη ή πλήρως ορθές μαθηματικές ιδέες, υπό την έννοια ότι έχουν γίνει «ειδικοί» στη χρήση και κατανόηση μαθηματικών εννοιών και ορολογίας. Αν και δεν έχουμε δεδομένα για το τι ακριβώς *σκέφτονταν* κατά την ώρα εκείνη, είναι πιθανόν ότι, χρησιμοποιούν ορθά μαθηματικές έννοιες με ημιτελή τρόπο. Για παράδειγμα, η Μαθήτρια 1 υπονοούσε ότι με το να διαιρείται ένας αριθμός με το 2, σημαίνει ότι δεν αφήνει υπόλοιπο. Ωστόσο, τούτο το πρόβλημα ήταν διαφορετικό από το προηγούμενο πρόβλημα χρήσης κοινά κατανοητών εννοιών (π.χ. πολλαπλάσιο). Είναι μεν επίσης πρόβλημα επικοινωνίας μαθηματικών ιδεών, αλλά στην περίπτωση αυτή αποτελεί πρόβλημα συνειδητοποίησης «κρυμμένων υποθέσεων» (hidden assumptions, Hammer (2002), προσωπική συνομιλία), τις οποίες οι μαθητές δεν συνειδητοποιούν ότι «κρύβονται» πίσω από τις ιδέες που επικοινωνούν. Αυτό σημαίνει ότι η Μαθήτρια 1 στις γραμμές 32, 36 και 38 δεν εξέφραζε μία λανθασμένη ιδέα, αλλά μία ιδέα που ήταν ημιτελής ακριβώς λόγω της «κρυμμένης» υπόθεσης ότι η διαίρεση δεν πρέπει να έχει υπόλοιπο.

Ο τρόπος που ο εκπαιδευτικός επέλεξε να υποδείξει την παράληψη, ήταν ακριβώς να βοηθήσει τους μαθητές να τη συνειδητοποιήσουν. Και πάλι, η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές είναι χρήσιμη για το σκοπό αυτό. Μάλιστα, είναι πιθανόν ότι αν η Μαθήτρια 1 διατύπωνε τη συνθήκη χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τη γλώσσα προγραμματισμού, τότε δε θα είχε παραλείψει την πλήρη συνθήκη, διότι η δομή του λογισμικού θα της καθόριζε ότι η συνθήκη (και όχι η μαθηματική έννοια αυτή καθαυτή) «αν ένας αριθμός διαιρείται με το 2» δεν είναι επαρκής. Μάλλον θα έπρεπε να συμπληρωθεί ως εξής: «αν ο αριθμός διαιρεθεί με το 2 και αφήνει υπόλοιπο μηδέν...». Το λογισμικό έχει τη δυνατότητα για καθορισμό τέτοιων συνθηκών, προσφέροντας μία σειρά από μαθηματικούς όρους (mode) και έννοιες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μέρη των προγραμμάτων. Συνεπώς, υποστηρίζουμε ότι κάποιος μπορεί να δει το πρόβλημα αυτό ως πρόβλημα στη χρήση της γλώσσας και συγκεκριμένα να το εστιάσει στην ανάγκη χρήσης ακριβούς ορολογίας για την επικοινωνία ιδεών στα μαθηματικά.

43. *Ερευνητής Και το 7 μπορεί να διαιρεθεί με το 2.*
44. *Μαθήτρια 2: 7 δια 2;*
45. *Ερευνητής Ναι.*
46. *Μαθήτρια 2: Όχι, [να διαιρείται με το 2] και να βγαίνει ακέραιος, όχι δεκαδικός ας πούμε. Γιατί 7 δια 2 είναι τριάμισι.*
47. *Μαθήτρια 1 & Μαθητής 1: Τι είναι ο ακέραιος και ο δεκαδικός; [Τα παιδιά της Δ΄ τάξης δεν γνωρίζουν τους όρους αυτούς]*
48. *Ερευνητής Εννοεί…*
49. *Μαθήτρια 2: Να είναι σταθερός αριθμός ας πούμε όπως το 4…*
50. *Μαθήτρια 1: Α, εννοείς να μην είναι επτάμισι.*
51. *Μαθήτρια 2: Ναι, να μην είναι επτάμισι, οκτώμισι, να μην έχει υποδιαστολή.*
52. *Μαθητής 1: Α, ακριβώς δηλαδή.*
53. *Μαθήτρια 2: Ακριβώς ναι.*

Μόλις ο εκπαιδευτικός υπόδειξε ότι και το 7 μπορεί να διαιρεθεί με το 2 (και άρα θα ικανοποιείται η συνθήκη που πρότεινε η Μαθήτρια 1), η Μαθήτρια 2 στη γραμμή 46 προχώρησε στην προσθήκη και της συνθήκης «το υπόλοιπο της διαίρεσης να είναι ακέραιος». Το χαρακτηριστικό αυτού του σημείου της συζήτησης είναι ότι ο Μαθητής 1 και η Μαθήτρια 1 φοιτούν στην Δ’ τάξη και δεν είχαν διδαχθεί την έννοια του ακέραιου αριθμού, το οποίο λειτούργησε θετικά για να σπρώξει τη Μαθήτρια 2 να ορίσει λειτουργικά πλέον την ιδέα της για να είναι κατανοητή και στους υπόλοιπους (γραμμές 49, 51). Η γλώσσα προγραμματισμού στην περίπτωση αυτή μπορεί να υποστηρίξει την ανάγκη επικοινωνίας με κοινά κατανοητούς και ακριβείς όρους και έτσι ο εκπαιδευτικός προχώρησε στο να υπενθυμίσει στους μαθητές την ορολογία της γλώσσας του Stagecast Creator.

54. *Ερευνητής: Ωραία. Άρα δηλαδή χρειαζόμαστε [ο κανόνας] να μπορεί να μας κάνει ένα έλεγχο ότι εκείνος ο αριθμός όταν διαιρώ με το 2…*
55. *Μαθήτρια 1: … να διαιρείται με το 2, να διαιρούνται με το 2 εκείνοι οι αριθμοί και να είναι ακέραιοι.*
56. *[…]*
57. *Ερευνητής: Όταν διαιρείται κάποιος αριθμός ακριβώς, σημαίνει ότι δεν έχει; Το ξέρετε.*
58. *Μαθήτρια 2 & Μαθήτρια 1: Δεν έχει υπόλοιπο.*
59. *Ερευνητής : Μπράβο!*
60. *Μαθήτρια 1: Α. Εντάξει. Έτσι να το κάνουμε*
61. *Ερευνητής: Το υπόλοιπο, το υπόλοιπο να του πούμε, το υπόλοιπο της διαίρεσης…*
62. *Μαθήτρια 1: …να είναι μηδέν.*
63. *Ερευνητής : …να είναι μηδέν.*
64. *Μαθήτρια 2: Να πω το αν και το τότε;*
65. *Ερευνητής : Ναι!*
66. *Μαθήτρια 2: Αν ο αριθμός αυτός διαιρείται με το 2 και δεν αφήνει υπόλοιπο τότε του βάζει ένα Χ*

Στη γραμμή 66 η Μαθήτρια 2 διατυπώνει πλέον σε κατανοητή γλώσσα από όλους τη συνθήκη του κανόνα που θα διαγράφει τα πολλαπλάσια του 2. Η γλώσσα που χρησιμοποίησε είναι η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιεί και το Stagecast Creator. Ταυτόχρονα η ιδέα του πολλαπλασίου του 2 έχει μεταφραστεί από τους μαθητές σε λειτουργικό ορισμό της έννοιας, συμβάλλοντας τόσο στην καλύτερη και ακριβέστερη επικοινωνία της έννοιας όσο και στην ευκολότερη κατανόησή της από όλους τους μαθητές, ανεξαρτήτως της τάξης στην οποία φοιτούν. Τούτο, υποστηρίζουμε, είναι ένα από τα πλεονεκτήματα της χρήσης του προγραμματισμού ως εργαλείο επικοινωνίας ιδεών και εννοιών στα μαθηματικά, διότι υποστηρίζει την ανάλυση ιδεών σε μικρότερα κομμάτια γνώσης με νόημα καθώς επίσης και στη λειτουργικότερη και με περισσότερο νόημα (για τους μαθητές) διατύπωση των εν λόγω εννοιών.

Συζήτηση

Τα αποσπάσματα που παρατέθηκαν πιο πάνω είναι ένα μικρό δείγμα του περιβάλλοντος του μαθήματος που γινόταν στα πλαίσια της προσπάθειας των παιδιών να δημιουργήσουν διάφορα μοντέλα με προγράμματα. Σύμφωνα με τον Brousseau (1986) η σύγχρονη αντίληψη για τη διδασκαλία ζητά από τον δάσκαλο να προκαλέσει στο μαθητή τις επιθυμητές προσαρμογές με μια συνετή εκλογή «προβλημάτων που του προτείνει.» Η ανάγκη δημιουργίας προγράμματος, η δραστηριότητα του προγραμματισμού (έστω και ως αρχικές σκέψεις για ένα πρόγραμμα) και το συγκεκριμένο πρόβλημα με τους πρώτους αριθμούς δημιούργησε μια φυσική διδακτική κατάσταση στην οποία ο εκπαιδευτικός δεν προτείνει και εξηγεί τις γνώσεις που θέλει να δει να εμφανίζονται, αλλά οι μαθητές ενεργοποιούν σταδιακά και κυρίως μέσα από την αλληλεπίδραση της συζήτησης τις γνώσεις που είχαν, και ανακαλύπτουν την ανάγκη ορισμού εννοιών με συγκεκριμένο τρόπο έννοιες για να γίνει η τελική ιδέα αποδεκτή από την ομάδα. Στην ουσία η όλη κατάσταση δεν παρουσιάστηκε ως μάθημα για τους πρώτους αριθμούς (ούτε καν αναφέρθηκε ο όρος), αλλά θύμιζε αυτό που ο Brousseau (1986) εξηγεί ως α-διδακτική κατάσταση: «Ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να εκχωρήσει στους μαθητές μια α-διδακτική κατάσταση που τους προκαλεί την πιο ανεξάρτητη και γόνιμη επίδραση...όπου η γνώση είναι εντελώς δικαιολογημένη από την εσωτερική λογική της κατάστασης και μπορεί να κατασκευαστεί χωρίς την επίκληση διδακτικών λόγων.»

Η ικανότητα των μαθητών να συζητούν δεν είναι αυτονόητη. Στον κύκλο των μαθημάτων αντιμετωπίσαμε πολύ το φαινόμενο οι μαθητές να μιλούν παράλληλα για το υπό συζήτηση θέμα. Ο κάθε μαθητής έλεγε τα «δικά» του χωρίς να ακούει και να κρίνει τα λεγόμενα των άλλων. Αυτός είναι ένας ανασταλτικός παράγοντας οποιουδήποτε πλαισίου και χρειάζεται αρκετή υπομονή και επιμονή από τον εκπαιδευτικό να εθίσει με τις παρεμβάσεις του τους μαθητές να διακρίνουν τη διαφορά του μιλώ και του συζητώ. Στο επεισόδιο που παρουσιάσαμε σε αυτό το άρθρο, αν το εξετάσουμε από την αρχή ως το τέλος, είναι φανερός ο ρόλος της επικοινωνιακής αλληλεπίδρασης των μαθητών (και του εκπαιδευτικού) στην εξέλιξη και την κατάληξη του προβλήματος.

Τελειώνοντας θα θέλαμε να υπογραμμίσουμε δύο σημεία τα οποία διακρίνουμε μέσα από την ανάλυση που παραθέσαμε ως πλεονεκτήματα της δραστηριότητας προγραμματισμού ως το πλαίσιο επικοινωνίας στη μαθηματική παιδεία. Πρώτον, η ανάγκη δημιουργίας προγραμμάτων που να επιλύουν (μαθηματικά) προβλήματα φέρνει και τη διασύνδεση όρων και μαθηματικών εννοιών, που οι μαθητές μπορεί να γνωρίζουν ήδη αλλά δεν έχουν συνδέσει γνωστικά. Και τούτο διότι ακριβώς η συνεργατική οικοδόμηση προγραμμάτων εμπεριέχει εξ' ορισμού την ανάγκη συσχετισμού εννοιών μία-μία, βήμα-βήμα. Αυτό μας οδηγεί και στο δεύτερο σημείο: λόγω της ανάγκης «ανακάλυψης» ή/και χρήσης εννοιών, οι μαθητές αναγκάζονται (για τους σκοπούς της επικοινωνίας) να τις (επανα)καθορίζουν με συγκεκριμένο λειτουργικό νόημα, βοηθώντας έτσι στην καλύτερη οικοδόμηση της κατανόησης τους.

Σημειώσεις

[i] Η συγγραφή του άρθρου καθώς και η συλλογή των δεδομένων υποστηρίχθηκε από το Ίδρυμα Προώθησης Έρευνας, # ΕΝΙΣΧ/0603/09. Τα δεδομένα στα οποία γίνεται αναφορά στο άρθρο αυτό προέρχονται από μία μεγάλης κλίμακας ποιοτική έρευνα. Η έρευνα αυτή στοχεύει στη διδασκαλία προγραμματισμού σε μαθητές δημοτικού σχολείου και στη χρήση των λογισμικών προγραμματισμού (ΛΠ) ως μέσα και εργαλεία για την επικοινωνία και την ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης σε θέματα μαθηματικών και φυσικών επιστημών. Τα ερευνητικά δεδομένα αποτελούνται κυρίως από οπτικογραφημένες συζητήσεις των μαθητών σε μικρές και μεγάλες ομάδες κατά τη διάρκεια της εργασίας τους .

[ii]Στον οποίο να απευθύνεται η αλληλογραφία.

[iii]Οι διάλογοι έχουν διασκευαστεί από την κυπριακή διάλεκτο στην κοινή ελληνική.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

Γαγάτσης, Α., (1997). Μέσα και μέθοδοι της διδακτικής των μαθητών. Στο Γαγάτσης, Α. (επιμελητής έκδοσης), *Διδακτική των Μαθηματικών και Δυσλεξία*. Λευκωσία : Erasmus, (pp.23-45).

Ball, L., D. (1993). With an eye on the mathematical horizon: dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The elementary school j.*, 93(4), 373-397.

Bogdan, R., C. & Bilken,S., K. (1998). Qualitative research for education: An introduction to theory and methods. MA: Allyn & Bacon.

Brousseau G., (1986). *Theorisation des phenomenes d΄enseignement des mathematiques*. These d΄Etat, Universite de Bordeaux.

Cockcroft, D. H. (1982). *Mathematics counts*. London : Her Majesty`s Stationery Office.

diSessa, A., A. (1988). Knowledge in pieces. In G. Forman & P. B. Pufall (Eds.), *Constructivism in the computer age*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Edwards, D. & Mercer, N. (1995). Common knowledge: The development of understanding in the classroom. NY: Routtedge.

Gallas, K. (1995). Talking their way into science: hearing children's questions and theories, responding with curricula. NY: Teachers College Press.

Hammer, D. M., & Elby, A. (2003). Tapping epistemological resources for learning physics. Journal of the Learning Sciences, 12(1), 53-90.

Hatano, G., & Inagaki, K. (1991). Sharing cognition through collective comprehension activity. In L.B. Resnick, J. M. Levine, & S. D. Teasley (Eds.), Perspectives on socially shared cognition (pp.331-348). Washigton, D.C.: American Psychological Association.

Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 187-228.

Lampert, M., & Cobb, P (2003), Communication and Language. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp.237-249). Reston: Va, NCTM.

Louca, L. (2004). Case studies of fifth-grade student modeling in science through programming: comparison of modeling practices and conversations. Unpublished doctoral dissertation, University of Maryland, College Park.

Merriam, B. S. (1988). *Case studies research in education. A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass, Inc., Publishers.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston : Va, NCTM.

Papert, S. (1980). *Mindstorms. Children, Computers & Powerful Ideas*. NY: Basic Books, Inc. Publishers.

Papert, S. (1993). The Children's machine: Rethinking school in the age of the computer. NY: Basic Books.

Pea, R. (1984). *Intergrading human and computer intelligence*. Technical Report no. 32. Banks Street College of Education: New York, NY.

Schoenfeld, A. H.(1987). Cognitive science and mathematics education: An overview. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp.1-31). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Sherin, Br. (1996). The Symbolic Basis of Physical Intuition. A Study of Two Symbol Systems in Physics Instruction. Unpublished dissertation Thesis.

Smith, D., C. & Cypher, Al. (1999). Making programming easier for children. In A. Druin (Ed.). The Design of Children's Technology. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, Inc.

Wilensky, Ur., & Resnick, M. (1999). Thinking in Levels: A Dynamic Systems Approach to Making Sense of the World. *Journal of Science Education and Technology*, 8 (1), 3-19.