

Χρήση διανυσμάτων σε ένα τρισδιάστατο περιβάλλον προσομοίωσης

Χρόνης Κυνηγός Μαρία Λάτση

Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας, Φ.Π.Ψ, ΕΚΠΑ

kynigos@ppp.uoa.gr, mlatsi@ppp.uoa.gr

Περίληψη

Οι νέες αναπαραστάσεις που παρέχονται από το ηλεκτρονικό εκπαιδευτικό παιχνίδι «Ζογκλέρ» μπορούν να καταστήσουν τα διανύσματα κεντρικής σημασίας τόσο για το χειρισμό όσο και για τη μέτρηση της συμπεριφοράς αντικειμένων σε ένα εικονικό περιβάλλον προσομοίωσης κίνησης σε τρισδιάστατους χώρους. Στο παρόν έγγραφο γίνεται αναφορά και συζητούνται τα μαθηματικά νοήματα που κατασκευάζονται από δεκατριάχρονα μαθητές σε σχέση με τα διανύσματα ως αντικείμενα, ως φορείς συγκεκριμένων ιδιοτήτων και ως αναπαραστάσεις διανυσματικών μεγεθών. Διατυπώνεται ο ισχυρισμός ότι το παιχνίδι, στα πλαίσια του μικρόκοσμου «Ζογκλέρ» θα μπορούσε να συνεισφέρει σημαντικά στην ανάπτυξη διαισθήσεων και στη γένεση νοημάτων σχετικών με τα διανυσματικά μεγέθη μέσα από τη χρήση των διανυσματικών ιδιοτήτων σε δραστηριότητες με νόημα για τα παιδιά.

Λέξεις κλειδιά

διανύσματα, διανυσματικά μεγέθη, μικρόκοσμος, ηλεκτρονικό παιχνίδι, προσομοίωση

Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία γίνεται αναφορά μέρους μιας εν εξελίξει έρευνας [1] που στοχεύει στη διερεύνηση των μαθηματικών νοημάτων που κατασκευάστηκαν συνεργατικά από μαθητές δεκατριών ετών σχετικά με τη μαθηματική έννοια του διανύσματος ως αντικείμενου, ως φορέα συγκεκριμένων ιδιοτήτων και ως αναπαράσταση διανυσματικών μεγεθών από τον κόσμο των φυσικών επιστημών. Οι μαθητές δούλεψαν σε ομάδες των δύο παίζοντας ένα τρισδιάστατο ηλεκτρονικό παιχνίδι που προσομοίωνε την κίνηση μιας μπάλας στα χέρια ενός «Ζογκλέρ».

Θεωρητικό Πλαίσιο

Το διάνυσμα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα από τα οχήματα στο πέρασμα από την ευκλείδεια γεωμετρία, η οποία εστιάζει σε ομάδες γεωμετρικών σχημάτων και στις ιδιότητές και μεταξύ τους σχέσεις, στην αναλυτική γεωμετρία, η οποία εστιάζει στην αλγεβροποίηση της γεωμετρίας σε πεδία με συστήματα απόλυτου καθορισμού θέσης, όπως το καρτεσιανό. Μολαταύτα, στα προγράμματα σπουδών των μαθηματικών, δεν έχει δοθεί πολλή προσοχή στη μαθηματική φύση του διανύσματος ως αντικείμενου, ως φορέα συγκεκριμένων ιδιοτήτων και ως σημαίνοντος διανυσματικών μεγεθών από τον κόσμο των φυσικών επιστημών, όπως η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η δύναμη. Κατά συνέπεια η εισαγωγή της έννοιας του διανύσματος δε συνδέεται με σαφήνεια με γεωμετρικά στοιχεία που οι μαθητές συναντούν στα μαθηματικά. Όταν γίνεται αναφορά σε γεωμετρικά στοιχεία, αυτά μοιάζουν στατικά στους μαθητές, καθώς κάθε έννοια μεταβολής απουσιάζει. Ένας μεγάλος αριθμός μαθητών συγχέει τα διανύσματα με τα βέλη που τα αναπαριστούν, εκλαμβάνοντάς τα περισσότερο ως φιγούρες, τις μαθηματικές ιδιότητες των οποίων δεν έχουν τη δυνατότητα να χειριστούν. Αυτή η έλλειψη οποιασδήποτε προφανούς χρησιμότητας σε συνδυασμό με την αφαιρετική φύση της έννοιας των διανυσμάτων μάλλον έχει στερήσει από τους

μαθητές κάθε ενδιαφέρον και τα έχει καταστήσει δυσνόητα. Τα διανύσματα κατέληξαν να αποτελούν μια σκοτεινή και ασαφή πλευρά των μαθηματικών προγραμμάτων σπουδών, ενώ ταυτόχρονα δεν αποτελούν θέμα κεντρικού ενδιαφέροντος στην έρευνα γύρω από τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών.

Οι νέου είδους αναπαραστάσεις που παρέχονται από τα υπολογιστικά εργαλεία μπορούν να συμβάλουν στο να διαδραματίσουν τα διανύσματα ένα κεντρικότερο ρόλο τόσο ως προς το χειρισμό όσο και ως προς τη μέτρηση συμπεριφορών αντικειμένων και οντοτήτων σε εικονικά περιβάλλοντα προσομοίωσης τρισδιάστατων φαινομένων και χώρων. Μια από τις κύριες δυνατότητες που παρέχονται από τις νέες τεχνολογίες είναι η αναπαράσταση τρισδιάστατων κόσμων στη δισδιάστατη οθόνη. Παρόλα αυτά μικρός αριθμός ερευνών έχει διεξαχθεί σχετικά με το πώς η διαδραστικότητα, ο έλεγχος και ο πειραματισμός σε εικονικούς μικρόκοσμους μπορεί να αποτελέσει ένα ευέλικτο όχημα για το σχηματισμό και την ενίσχυση νοερών χωρικών εικόνων και συλλήψεων (visualization) (Lowrie, 2002). Ο προσεκτικός σχεδιασμός τέτοιων εργαλείων καθιστά δυνατή τη δημιουργία μαθησιακών περιβαλλόντων όπου η μαθηματική φύση και ταυτότητα των διανυσμάτων διαπλέκεται με τη χρήση τους για το χειρισμό και τη μέτρηση εικονικά ρεαλιστικών φαινομένων.

Το υπολογιστικό περιβάλλον που χρησιμοποιήθηκε στην εν λόγω έρευνα –και το οποίο βρίσκεται ακόμα σε εξέλιξη– μπορεί να θεωρηθεί μικρόκοσμος (Edwards, 1998, Kynigos, 2002) καθώς: α) Παρέχει τρισδιάστατες εξωτερικές αναπαραστάσεις, αναλογικές κάποιων πτυχών του φυσικού κόσμου, β) Πρόκειται για ένα απλοποιημένο μοντέλο που ενσωματώνει συγκεκριμένες έννοιες των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών, γ) Οι μαθητές μπορούν να ελέγξουν δυναμικά τη διανυσματική αναπαράσταση της ταχύτητας μέσα από τον χειρισμό συγκεκριμένων πλήκτρων του πληκτρολογίου ή να χρησιμοποιήσουν τη γλώσσα προγραμματισμού Logo, για να ελέγξουν την προσομοίωση, να αλλάξουν τους νόμους της κίνησης ή τη συμπεριφορά των κινούμενων οντοτήτων.

Η προσέγγισή μας, όσον αφορά στον τρόπο που συντελείται η μάθηση, συνδυάζει κατασκευαστικές (constructionist) και κοινωνιο-πολιτισμικές προσεγγίσεις. Οι μαθητές κατασκευάζουν τη γνώση και αντιλαμβάνονται τον περιβάλλοντα κόσμο όχι μόνο μέσω άμεσων προσωπικών εμπειριών και ανακαλύψεων, αλλά και μέσω της διανοητικής συνεισφοράς, της πρόκλησης και της υποστήριξης αυτών που τους περιβάλλουν. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται, επίσης, στη γλώσσα ως το διαμεσολαβητικό εργαλείο που χρησιμοποιούμε κυρίως όχι μόνο στο εξωτερικό πεδίο των κοινωνικών συναναστροφών, αλλά και στον ατομικό κόσμο της νόησης. Προσοχή δίνεται επίσης στην ‘εργαλειακή’ (instrumental) πτυχή της δραστηριότητας (Mariotti, 2002), στον τρόπο δηλαδή που το εργαλείο αποκτά νόημα και συγκεκριμένη χρησιμότητα για τους μαθητές συνεργατικά και όχι τόσο στο ‘κατασκεύασμα’, όπως αυτό σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε από τους ερευνητές. Έτσι το ενδιαφέρον εστιάζεται στον τρόπο που τα νοήματα γεννιούνται και δομούνται μέσω της αλληλόδρασης μεταξύ μαθητικών ενεργειών, διαθέσιμων εργαλείων και των φυσικών και μαθηματικών εννοιών που είναι ενσωματωμένες στο μικρόκοσμο «Ζογκλέρ».

Προσπαθώντας να υποστηρίξουμε τη γένεση μαθηματικών εννοιών σχετικών με τα διανύσματα στραφήκαμε σε δραστηριότητες που είναι οικείες στους μαθητές – το παιχνίδι του «Ζογκλέρ» – και οι οποίες τους εμπλέκουν ταυτόχρονα σε διερευνήσεις και επίλυση προβλημάτων. Ενστερνιζόμενοι την άποψη ότι οι διαισθητικές ιδέες των μαθητών αποτελούν τη βάση πάνω στην οποία θα δομηθεί η επιστημονική γνώση

(diSessa 1987), παρείχαμε στους μαθητές ένα απλοποιημένο μοντέλο κίνησης ως το μεταβατικό στάδιο μεταξύ διαισθήσεων και τυπικών εννοιών των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών (Penner, 2001). Το νέο είδος των διανυσματικών αναπαραστάσεων που παρέχονται, καθώς και οι νέες μορφές πρόσβασης σε συμβατικές αναπαραστάσεις και ο τρόπος που αυτές οι αλλαγές επηρεάζουν τη συμβολική δραστηριότητα και την κατασκευή μαθηματικών νοημάτων χρήζουν διερεύνησης. Η κατανόηση της αλληλόδρασης μεταξύ των διαισθητικών, των τυπικών και διαδικαστικών πτυχών (Kynigos & Psycharis, 2003) που αφορούν τα διανύσματα, στο πλαίσιο του ηλεκτρονικού παιχνιδιού «Ζογκλέρ», είναι ο στόχος της έρευνάς μας.

Ερευνητικό περιεχόμενο

Η γνώση με την οποία θέλαμε να έρθουν οι μαθητές σε επαφή είναι ενσωματωμένη στον μικρόκοσμο και οι μαθητές μπορούν να την ανακαλύψουν στο πλαίσιο ενός τρισδιάστατου ηλεκτρονικού παιχνιδιού. Ευρισκόμενα μεταξύ πλαισιωμένων δράσεων και αποπλαισιωμένης σκέψης τα παιχνίδια θεωρείται ότι συνδέουν τη μη τυπική γνώση με την αφηρημένη (Kafai, 1995, Kirriemuir & McFarlane, 2004). Ειδικότερα, στην παρούσα εργασία έχουμε εστιάσει στον τρόπο που τα παιδιά χειρίστηκαν και αντιλήφθηκαν τα διανύσματα και τις ιδιότητές τους, καθώς έπαιζαν με μια μπάλα στα χέρια του «Ζογκλέρ» σε ομάδες των δύο. Οι μαθητές μπορούσαν να ελέγξουν τα διανύσματα και τα χέρια του 'Ζογκλέρ' σε ένα τρισδιάστατο περιβάλλον χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα πλήκτρα του πληκτρολογίου. Επιπλέον, ένας πίνακας excel ήταν στη διάθεσή τους με μετρήσεις του χρόνου, της θέσης της μπάλας στους άξονες X, Y, Z, της ταχύτητας και των συνιστωσών της στους τρεις άξονες.

Στην πρώτη εκδοχή του παιχνιδιού που οι μαθητές κλήθηκαν να παίξουν, ο πρώτος παίκτης ελέγχει τα διανύσματα και μέσω αυτών τις αρχικές συνθήκες κίνησης της μπάλας και ο δεύτερος παίκτης πρέπει να τοποθετήσει το χέρι του 'Ζογκλέρ' στο σωστό σημείο για να 'πιάσει' την μπάλα. Στη δεύτερη εκδοχή, ο πρώτος παίκτης τοποθετεί τα χέρια του «Ζογκλέρ» σε συγκεκριμένες θέσεις και ο άλλος πρέπει να ρυθμίσει τις αρχικές συνθήκες κίνησης της μπάλας, χειριζόμενος τα διανύσματα, με τέτοιο τρόπο, ώστε η μπάλα να χτυπήσει το άλλο χέρι.

Ο νικητής κάθε ομάδας έπαιζε με το νικητή της άλλης. Έτσι οι ομάδες άλλαζαν συνεχώς. Οι συγκεκριμένες δραστηριότητες, στις οποίες έλαβαν μέρος δύο εκπαιδευτικοί και δύο ερευνητές, διήρκεσαν τέσσερις ώρες στη διάρκεια τεσσάρων εβδομάδων. Η έρευνα διεξήχθη σε ένα Γυμνάσιο της Αθήνας. Συνολικά οκτώ δεκατριάχρονοι μαθητές έλαβαν μέρος. Πρέπει να επισημανθεί ότι σύμφωνα με το ελληνικό αναλυτικό πρόγραμμα οι μαθητές της 1^{ης} Γυμνασίου δεν έχουν διδαχτεί διανύσματα, ενώ η διδασκαλία της φυσικής ξεκινά από τη 2^η Γυμνασίου.

Μεθοδολογία

Στην ανάλυσή μας χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο που στηρίζεται στο σχεδιασμό και έχει γίνει κυρίως γνωστή με τον όρο 'Design-based research' (Cobb & all, 2003). Η προαναφερθείσα μέθοδος περιλαμβάνει το σχεδιασμό και την ανάπτυξη εργαλείων και δραστηριοτήτων, καθώς και τη συστηματική μελέτη των μορφών μάθησης που λαμβάνουν χώρα σε συγκεκριμένα περιεχόμενα, όπως αυτά ορίζονται από τα μέσα που τα υποστηρίζουν. Αρχικά ο στόχος ήταν να αναπτύξουμε εργαλεία και λογισμικά, έτσι ώστε να βελτιώσουμε τις εκπαιδευτικές διαδικασίες και να προκαλέσουμε νέες

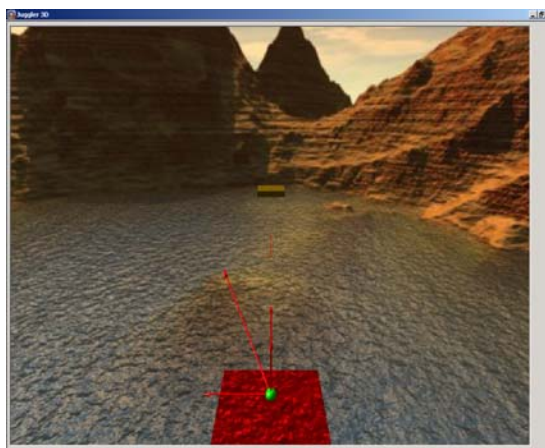
μορφές μάθησης, βασισμένοι σε προηγούμενες έρευνες και στο θεωρητικό μας πλαίσιο. Αναδρομικά η συγκεκριμένη ερευνητική μέθοδος στοχεύει τόσο στη βελτίωση του αρχικού σχεδιασμού όσο και σε μια ενταγμένη (situated) κατανόηση της σχέσης μεταξύ θεωρίας, εργαλείων και δραστηριοτήτων.

Ενστερνιζόμενοι το ρόλο του ‘αδαούς’ και συμμετέχοντος παρατηρητή οι ερευνητές άφησαν τα δεδομένα να δομήσουν τα αποτελέσματα και να προσανατολίσουν την ανάλυση τους. Πρέπει να τονιστεί ότι δε στοχεύουμε σε οριστικές και αυταπόδεικτες απαντήσεις, αλλά σε μια σταδιακή εστίαση και στην αναδόμηση των αρχικών μας προβληματισμών. Μια ομάδα δύο ερευνητών συμμετείχε στη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιώντας μια κάμερα και δύο μαγνητοφωνάκια. Ο ένα ερευνητής περιέφερε την κάμερα σε όλες τις ομάδες, για να υπάρχει μια συνολική εικόνα της εξέλιξης της δραστηριότητας και να καταγραφούν σημαντικές λεπτομέρειες τη στιγμή που ανέκυπταν. Συμπληρωματικά δεδομένα συλλέχτηκαν μέσω των φύλλων εργασίας των μαθητών και των προσωπικών σημειώσεων των ερευνητών. Στην παρούσα ανάλυση χρησιμοποιούμε δεδομένα από την ομάδα εστίασης, η οποία αποτελούνταν από τρεις μαθητές. Από το σύνολο των προφορικών δεδομένων έγινε προσπάθεια να εξαχθούν λίγα, μικρής έκτασης αλλά ενδεικτικά επεισόδια.

Το διάνυσμα ως μέσο ελέγχου

Στις δραστηριότητες που διεξήχθησαν, τα αναπαραστασιακά χαρακτηριστικά του λογισμικού και η κοινωνική αλληλόδραση φαίνεται ότι ενεργοποίησαν σχετικούς διαισθητικούς κανόνες (Stavy & Tytosh, 2003) και βοήθησαν τους μαθητές να σχηματίσουν νοερές εικόνες. Μέσα από την παράθεση των επεισοδίων που ακολουθούν προσπαθούμε να παρουσιάσουμε και να αναλύσουμε τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές αντιλήφθηκαν τις ιδιότητες των διανυσμάτων τόσο ως μέσων χειρισμού όσο και ως μετρητών της κίνησης της μπάλας στα χέρια του ‘Ζογκλέρ’. Πρέπει να διευκρινιστεί ότι εφαιπτόμενα στη μπάλα υπήρχαν τέσσερα βέλη του ίδιου χρώματος που αναπαριστούσαν την ταχύτητα (V), την ταχύτητα στον άξονα των X (V_x), την ταχύτητα στον άξονα των Y (V_y), και την ταχύτητα στον άξονα των Z (V_z).

Ήταν ξεκάθαρο στην έρευνα και πιθανόν να αναδειχτεί από τα αποσπάσματα που ακολουθούν ότι οι μαθητές επηρεάστηκαν ιδιαίτερα από τις ‘διαδικαστικές’ πτυχές του παιχνιδιού, δείχνοντας συνεχώς στην οθόνη και χρησιμοποιώντας λέξεις όπως: ‘τραβά από δω... τραβά από κει’ οι οποίες σχετίζονταν άμεσα με την κιναισθητική εμπειρία του δυναμικού ελέγχου και χειρισμού των διανυσμάτων.



Ερευνητής: Ποιο βέλος είναι αυτό που σε βοηθά να καταλάβεις ότι η μπάλα πηγαίνει προς αυτή την κατεύθυνση;

Μαθητής1: Το μεσαίο (V).

Μαθητής2: Αυτό εδώ (V). Θα πάει κάπου προς τα 'δω.

Ερευνητής: Γιατί να είναι το μεσαίο;

Μαθητής1: Υπάρχει αυτό εδώ (δείχνει το Vx), υπάρχει ακόμα αυτό εδώ (δείχνει το Vy).
Αφού υπάρχουν αυτά, θα πάει κάπου στη μέση...είναι σαν το ένα να τραβά από
δω, το άλλο να τραβά από κει και πηγαίνει κάπου στη μέση.

Οι μαθητές γρήγορα εξοικειώθηκαν με τις λειτουργικότητες του λογισμικού και φαίνονταν πραγματικά χαρούμενοι και συγκεντρωμένοι στο παιχνίδι. Οι ερευνητές περιστασιακά τους έκαναν μερικές ερωτήσεις. Μετά από μερικές όχι και τόσο επιτυχείς προσπάθειες οι μαθητές αντιλήφθηκαν –ακόμα και αν αυτό συνέβη με ένα διαισθητικό και μη φορμαλιστικό τρόπο- το ρόλο της συνισταμένης της ταχύτητας και εστίασαν στη σημασία της για τον καθορισμό της πορείας της μπάλας. Απ' την άλλη οι μαθητές φάνηκε να έχουν δυσκολίες και να είναι αβέβαιοι σχετικά με το ρόλο των τριών άλλων συνιστωσών της ταχύτητας:

Ερευνητής: Ας τα πάρουμε ένα ένα κάθε φορά, τι δείχνει το κάθε βέλος;

Μαθητής3: Το ένα ελέγχει το ύψος της μπάλας (Vy), το άλλο ελέγχει την κλίση (Vx) και το τρίτο (Vz) είναι το τρισεδιάστατο, δείχνει πώς θα κινηθεί η μπάλα...Δεν ξέρω ακριβώς... Αυτό το βέλος (V) δείχνει την ευθεία που θα ακολουθήσει η μπάλα.

Μαθητής1: Το κόκκινο βέλος (Vy) μας δείχνει το ύψος, τη δύναμη. Αυτό εδώ (V) την πορεία της μπάλας. Και το άλλο μας δείχνει την κλίση (Vx), δεν ξέρω...το άλλο (Vz) δεν ξέρω..

Μαθητής3: Πιθανόν τη γωνία της κλίσης της μπάλας;

Μαθητής2: Τη στροφή...πώς θα στρίψει στο χώρο. Θα μπορούσαμε, αν πατούσαμε το *space* περισσότερες φορές, να την κάνουμε να στρίψει περισσότερο.

Μαθητής3: Μπορώ να πω κάτι που ξέχασα; Πατώντας το 'page up-page down', προσαρμόζουμε σε όλα τα βέλη την ένταση και τη δύναμη της μπάλας, πόσο μακριά θα πάει, πόσο ψηλά θα πάει, με πόση δύναμη θα φύγει...

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι χρησιμοποιώντας λέξεις της καθημερινής γλώσσας τα παιδιά κατάφεραν να διακρίνουν τις ιδιότητες των διανυσμάτων, μέτρο, διεύθυνση και φορά, και να αντιληφθούν πώς επηρέαζε την κίνηση της μπάλας κάθε συνιστώσα της ταχύτητας. Λαμβάνοντας υπόψη την περιορισμένη εμπειρία που οι μαθητές έχουν σε σχέση με τρισεδιάστατες αναπαραστάσεις του χώρου και τις δυσκολίες διάκρισης των συμβάσεων εκείνων που προσθέτουν την αίσθηση του βάθους στην οθόνη του υπολογιστή, είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον το ότι οι μαθητές κατάφεραν διαισθητικά να διακρίνουν ότι η συνιστώσα Vz είναι αυτή που δείχνει 'τη στροφή στο χώρο'.

Το διάνυσμα ως αναπαράσταση διανυσματικών μεγεθών

Στην προσομοίωση 'Ζογκλέρ' τα διανύσματα αναπαριστούν την ταχύτητα και τη συμβατική της ανάλυση στους τρεις άξονες. Σε γενικές γραμμές τα παιδιά είχαν δυσκολίες στη διάκριση μεταξύ των ιδιοτήτων των βελών και της επίδρασής τους στην πορεία της μπάλας και στην αναπαράσταση ενός συγκεκριμένου διανυσματικού μεγέθους. Ακόμα και όταν προσπάθησαν να συνδέσουν τα διανύσματα με ένα διανυσματικό μέγεθος αυτό ήταν η δύναμη ή η ώθηση, ένα εύρημα που συμφωνεί απόλυτα με τις έρευνες γύρω από τις εναλλακτικές ιδέες ή τις διαισθητικές θεωρίες των παιδιών (π. χ. Driver & al, 1994). Το επόμενο επεισόδιο είναι ενδεικτικό:

Ερευνητής: Όταν ρίχνουμε μια μπάλα με μια ρακέτα ή με το χέρι μας, δε βλέπουμε βέλη. Συνεπώς τα βέλη που έχετε εδώ για να ρυθμίσετε πώς θα κινηθεί η μπάλα δείχνουν κάτι. Τι μπορεί να είναι αυτό;

Μαθητής1: Την κατεύθυνση που θα στείλουμε την μπάλα.

Ερευνητής: Μόνο την κατεύθυνση;

Μαθητής1: Όχι, το ύψος...

Μαθητής3: Και τη δύναμη ...και την ώθηση.

Ερευνητής: Ώστε αυτά τα βέλη δείχνουν τη δύναμη.

Μαθητής1: Όχι μόνο αυτό.

Μαθητής3: Είπαμε το ύψος, την ευθεία...

Μαθητής2: Τις προοπτικές για την πορεία της μπάλας...

Ακόμα και όταν αποκαλύψαμε στους μαθητές τι αναπαριστούσε κάθε βέλος, όταν τους παρουσιάσαμε τις αριθμητικές μετρήσεις της ταχύτητας και των συνιστωσών της στους πίνακες του Excel, οι μαθητές εξακολούθησαν να συγχέουν την ταχύτητα με τη δύναμη, κάθε φορά που αναφέρονταν στα βέλη ως αναπαραστάσεις ενός διανυσματικού μεγέθους.

Ερευνητής: Συνήθως χρησιμοποιούμε τη λέξη δύναμη, όταν αναφερόμαστε σε ένα σώμα που αρχίζει να κινείται, αν και στην πραγματικότητα εννοούμε ότι ξεκινά να κινείται με μεγάλη ταχύτητα.

Μαθητής2: Για να έχεις ταχύτητα πρέπει να ασκήσεις κάποια δύναμη.

Ερευνητής: Δεν ισχύει πάντα αυτό.

Μαθητής2: Ισχύει, γιατί για να έχει ένα αμάξι ταχύτητα, πρέπει να έχει δύναμη.

Ερευνητής: Ναι... παρόλα αυτά σε σχέση με αυτό που βλέπουμε στην οθόνη, τι έχουμε;

Μαθητής2: Δύναμη.

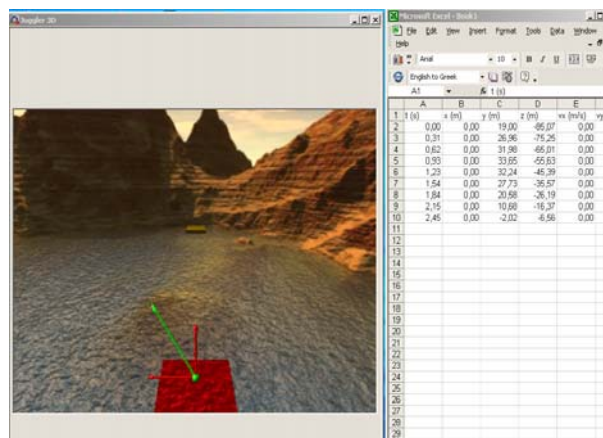
Ερευνητής: Δύναμη.

Μαθητής3: Ταχύτητα.

Ερευνητής: Ταχύτητα ή δύναμη;

Μαθητής2: Είναι το ίδιο.

Οι μαθητές είχαν επιπρόσθετες δυσκολίες όταν προσπαθήσαμε να συνδέσουμε τα βέλη με τους μαθηματικούς συμβολισμούς και τις αριθμητικές μετρήσεις στους πίνακες του excel που κατέγραφαν τις αλλαγές στο μέτρο της ταχύτητας και των συνιστωσών της σε δεδομένες στιγμές της τροχιάς της μπάλας. Οι μαθητές έδειξαν ιδιαίτερη αμηχανία, όταν τους είπαμε ότι η ταχύτητα αναλύεται σε τρεις άξονες, το οποίο ήταν βέβαια αναμενόμενο, καθώς η ανάλυση σε τρεις άξονες είναι αντιδιδασκτική και αυθαίρετη.



Στις συγκεκριμένες δραστηριότητες τα παιδιά δεν έδειξαν ενδιαφέρον για τις τιμές των μεταβλητών της κίνησης και προτίμησαν τον άμεσο κιναισθητικό χειρισμό της μπάλας και την επίτευξη του στόχου τους μέσω δοκιμής και πλάνης και του συντονισμού χεριού και οφθαλμών. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού δεν ανέτρεξαν καμιά φορά στις αριθμητικές μετρήσεις της ταχύτητας και του βεληνεκούς. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η χρήση των αριθμητικών μετρήσεων θα ήταν πιο εκτεταμένη, αν οι δραστηριότητες απαιτούσαν πιο λεπτομερείς προβλέψεις για την πορεία της μπάλας.

Συζήτηση

Στο μικρόκοσμο 'Ζογκλέρ' οι μαθητές ανέπτυξαν και χρησιμοποίησαν νοητικές εικόνες σχετικά με τις ιδιότητες των διανυσμάτων, μεταφράζοντας οπτικές πτυχές της προσομοίωσης μέσω εννοιών που αναπτύχθηκαν και παρέμειναν ενταγμένες στο συγκεκριμένο περιεχόμενο (Noss et al, 1997). Φαίνεται ότι στο πλαίσιο του συγκεκριμένου ηλεκτρονικού παιχνιδιού οι μαθητές σταδιακά διέκριναν τις ιδιότητες των διανυσμάτων, τις χειρίστηκαν δυναμικά με ένα κιναισθητικό τρόπο και ήταν ικανοί να κάνουν προβλέψεις για την πορεία της μπάλας. Μετά από μερικές προσπάθειες οι μαθητές εκτίμησαν τη σημασία της συνισταμένης της ταχύτητας και την καθοριστική επίδρασή της στην πορεία της μπάλας, καθώς επίσης και το γεγονός ότι ήταν η συνισταμένη των τριών άλλων διανυσμάτων. Μολαταύτα είχαν δυσκολίες και ήταν αβέβαιοι σχετικά με το ρόλο των βελών που αναπαριστούσαν τις συνιστώσες της ταχύτητας.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι μαθητές δεν έχουν ακόμα εξοικειωθεί με την επιστημονική ορολογία και ότι δε διαθέτουν τα τυπικά και αναλυτικά εργαλεία για να είναι συστηματικοί και σαφείς, θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι η παραστατικότητα των σχολίων τους ήταν ενδεικτική του βαθμού κατανόησης στον οποίο έφτασαν σταδιακά οι μαθητές, όσον αφορά στις ιδιότητες των συνιστωσών της ταχύτητας. Οι μαθητές φάνηκε να έχουν περισσότερες δυσκολίες στο να αντιληφθούν το ρόλο της συνιστώσας στον άξονα των Z. Θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι αυτό είναι απόρροια του γεγονότος ότι τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με μια τρισδιάστατη αναπαράσταση σε ένα δισδιάστατο μέσο, την οθόνη του υπολογιστή. Η τεχνολογία των τρισδιάστατων αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή μόνο πρόσφατα έχει γίνει αντικείμενο παιδαγωγικής έρευνας. Πιθανόν οι μαθητές να μην έχουν ακόμα εξοικειωθεί με τις συμβάσεις που ισχύουν όταν αναπαριστάται ένα τρισδιάστατο αντικείμενο σε δισδιάστατη μορφή με τρόπο που να φαίνεται τρισδιάστατο (Lowrie, 2002). Από την άλλη αν δεχτούμε την άποψη των Dalgarno & al (2002) ότι αντιλαμβανόμαστε τα τρισδιάστατα μοντέλα μέσω πολλαπλών δισδιάστατων αναπαραστάσεων, ίσως οι μαθητές να είχαν εστιάσει υποσυνείδητα σε έναν απλοποιημένο δισδιάστατο τρόπο θέασης της κίνησης της μπάλας, δίνοντας ιδιαίτερη προσοχή στην οριζόντια και κατακόρυφη κίνηση της μπάλας. Αυτό είναι ένα σημείο που χρήζει επιπλέον διερεύνησης σε σχέση με τις συγκεκριμένες οπτικές που είχαν στη διάθεσή τους οι μαθητές μέσω των καμερών του μικρόκοσμου, με τη χρήση των οποίων η κίνηση της μπάλας μπορούσε να παρατηρηθεί από διαφορετικές οπτικές γωνίες.

Όσον αφορά στην αναπαράσταση της ταχύτητας ως διανυσματικού μεγέθους τα παιδιά είχαν δυσκολίες στο να διασυνδέσουν την ταχύτητα με ένα συγκεκριμένο διανυσματικό μέγεθος και συνεχώς τόνιζαν τις ιδιότητες των διανυσμάτων και τις επιδράσεις τους στην τροχιά της μπάλας. Ακόμα και όταν προσπάθησαν να διασυνδέσουν τη συνισταμένη της ταχύτητας με ένα διανυσματικό μέγεθος αυτό ήταν

η δύναμη, αδυνατώντας να κάνουν διάκριση μεταξύ δύναμης και ταχύτητας. Οι διαισθητικές θεωρίες των μαθητών και οι εναλλακτικές τους αντιλήψεις σχετικά με τη δύναμη και την ταχύτητα έχουν εκτεταμένα γίνει αντικείμενο έρευνας (Drivers & all, 1994). Στην παρούσα εργασία οι πρωταρχικές ιδέες των μαθητών αναδείχθηκαν ως αποτέλεσμα της ενασχόλησης των μαθητών με το συγκεκριμένο μικρόκοσμο και έγιναν αντικείμενο συζήτησης. Ο τρόπος που τα παιδιά αντιλαμβάνονται την ταχύτητα είναι κυρίως ως μονόμετρο μέγεθος που δείχνει μόνο πόσο γρήγορα ή πόσο αργά ένα αντικείμενο κινείται. Ο τρόπος που αντιλαμβάνονται τη δύναμη είναι πλησιέστερος στις ιδιότητες ενός διανυσματικού μεγέθους, καθώς η δύναμη δε θέτει μόνο σε κίνηση ένα σώμα, αλλά ταυτόχρονα προσδιορίζει τη διεύθυνσή του και το μέτρο της ταχύτητάς του. Λαμβάνοντας υπόψη τον τρόπο με τον οποίο γίνονται αντιληπτές από τα παιδιά η δύναμη και η ταχύτητα –ως αποτέλεσμα των καθημερινών τους εμπειριών και της χρήσης των επιστημονικών όρων στην καθημερινή γλώσσα- μπορούμε να καταλάβουμε γιατί τα παιδιά συνέδεσαν τις διανυσματικές ιδιότητες των βελών με τη δύναμη. Επιπρόσθετα η γραφική ανάλυση της ταχύτητας στις συνιστώσες της δεν είναι μόνο αντιδιαισθητική, αλλά και μια αυθαίρετη κατασκευή που δεν έχει νόημα για τα παιδιά. Πώς μπορούμε να έχουμε τέσσερις ταχύτητες στο ίδιο κινούμενο αντικείμενο; Ενώ απ' την άλλη είναι εύκολο να δεχτούν λογικά τρεις διαφορετικές δυνάμεις ασκούμενες σε ένα σώμα και τη συνισταμένη ως το άθροισμα των τριών αυτών.

Παρόλα αυτά τα διανύσματα ως εξωτερικές αναπαραστάσεις παρείχαν ένα ισχυρό θεμέλιο για μια άδηλη κοινή αντίληψη και λειτούργησαν ως σημείο αναφοράς και επαλήθευσης (Adriessen & al, 2003), καθώς οι μαθητές επικοινωνούσαν μεταξύ τους και με τους ερευνητές. Καθώς τα παιδιά χρησιμοποιούσαν και προσάρμοζαν τα βέλη στη διάρκεια του παιχνιδιού, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι κατασκεύαζαν περισσότερο τις δικές τους αναπαραστάσεις παρά ότι έρχονταν σε επαφή με δεδομένα, προκαθορισμένα χαρακτηριστικά και ιδιότητες. Στη διάρκεια του παιχνιδιού τα διανύσματα άλλαξαν τη λειτουργία τους και έγιναν σύμβολα που αναφέρονταν σε συγκεκριμένα νοήματα (Mariotti, 2002). Από τη στιγμή που τα βέλη έγιναν μέρος της διαπροσωπικής δραστηριότητας, ο ρόλος τους δεν περιοριζόταν μόνο εξωτερικά στην επίτευξη συγκεκριμένων στόχων, αλλά θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι εσωτερικεύθηκαν από τους μαθητές, για να ελέγξουν και νοερά την κίνηση της μπάλας, μετατράπηκαν δηλαδή σε νοητικά εργαλεία.

Το νέο είδος αναπαραστάσεων καθώς και η νέα είδους πρόσβαση σε συμβατικές αναπαραστάσεις που παρείχε ο μικρόκοσμος 'Ζογκλέρ' φαίνεται να θέτουν υπό αμφισβήτηση της έως τώρα υποτιθέμενη 'ετοιμότητα' των μαθητών να αντιληφθούν τα διανυσματικά μεγέθη μόνο στο τέλος του Γυμνασίου. Αν κάθε αναπαραστασιακό εργαλείο αφήνει το αποτύπωμά του ακόμα και όταν δεν είναι φυσικά παρόν, τότε θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές απέκτησαν ένα συγκεκριμένο 'ακαδημαϊκό κεφάλαιο' που θα τους προσφέρει συνέχειες στην πορεία εξέλιξης τους από το άμεσο και εμπειρικό στο αφηρημένο.

Σημειώσεις

[1] "LeGa", Καινοτομία στην εκπαιδευτική πρακτική. Μάθηση μέσα από την κατασκευή Μοντέλων και Παιχνιδιών. Δράση 3.3.1: Δράσεις Έρευνας και Τεχνολογικής Ανάπτυξης στην ΚτΠ. Πράξη: Ηλεκτρονική Μάθηση (e-learning) Θεμ.Τομέας: Ανάπτυξη και επίδειξη καινοτόμων προϊόντων και υπηρεσιών Η-μάθησης.

Ευχαριστίες

Ευχαριστούμε τις βοηθούς ερευνήτριες κ. Ν. Συκαρά και κ. Θ. Καψή, καθώς και τον τεχνικό μας συνεργάτη Γ. Μπιρμπίλη.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Andriessen, J., Baker, M. & Suthers, D., (eds) (2003) *Arguing to Learn, Confronting Cognitions in Computer-Supported Collaborative Learning Environments*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, P. & Schauble, L. (2003) Design Experiments in Educational Research. In *Educational Researcher*, 32, 1, 9-13
- Dalgarno, B., Hedberg, J. & Harper B., (2002) The Contribution of 3D Environments to Conceptual Understanding. In *Proceedings of ASCILITE 2002 Conference*, Auckland, New Zealand
- diSessa, A. & Sherin, B. (2000) Meta-representation: an introduction. In *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 385-398
- diSessa, A. (1987) Phenomenology and the evolution of Intuition. In Janvier, C. (ed.) (1987) *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, London: Lawrence Erlbaum associates
- Driver R, Squires A., Rushworth P., Wood-Robinson, (1994), *Making Sense of Secondary Science*, London: Routledge
- Edwards, L. (1998) Embodying mathematics and science: Microworlds as representations. In *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (1), 53 – 78.
- Fischbein, E. (1999) Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. In *Educational Studies in Mathematics*, 38, 11- 50
- Kafai, Y. B. (1995). *Minds in Play: Computer Game Design as a Context for Children's Learning*, Erlbaum
- Kirriemuir, J. & McFarlane, A. (2004) *Report 8: Literature Review in Games and Learning*, Bristol: NESTA Futurelab
- Kynigos & Psycharis, G. (2003) 13 year-olds' meanings around intrinsic curves with a medium for symbolic expression and dynamic manipulation. In *27th PME Conference*, Honolulu, U.S.A. Hawaii, 3, 165-172
- Kynigos C. (2002) Generating Cultures for Mathematics Microworld Development in Multi-Organizational Context. In *Journal of Educational Computing Research*, 1& 2, 183- 209
- Lowrie, T. , (2002) The influence of visual and spatial reasoning in interpreting simulated 3D worlds. In *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 301 -318
- Mariotti, M. A., (2002) Influence of technologies advances in students' math learning In *Handbook of International Research in Mathematics Education*, chapter 29, pp. 757-786. Edited by L. D. English. Lawrence Erlbaum Associates publishers, Mahwah, New Jersey
- Nguyen, N. & Meltzer, D. (2003) Initial Understanding of Vector Concepts among Students in Introductory Physics Concepts. In *American Journal of Physics*, 71, 6, 630- 638

- Noss, R., Healy, L. Hoyles, C. (1997) The construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual with the Symbolic. In *Educational Studies in Mathematics*, 33, 203–233
- Penner, D., (2001) Cognition, Computers and Synthetic Science: Building Knowledge and Meaning Through Modelling. In Secade, W., (2001) (Ed), *Review of Research in Education*, Washington, American Educational research association.
- Stavy, R. & Tirosh, D. (2000) *How Students (Mis-) Understand Science and Mathematics, Intuitive Rules*, New York: The Teachers College Press.