Η μοντελοποίηση στο σχεδιασμό δραστηριοτήτων για τη μάθηση του θεωρήματος του Θαλή στο περιβάλλον Cabri-Geometry II

Μαρία Κορδάκη

Εντ. Επίκ. Καθηγήτρια (ΠΔ. 407/80) τμήμα Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Πάτρας, kordaki@cti.gr

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται η διαδικασία σχεδιασμού δραστηριοτήτων για τη μάθηση του θεωρήματος του Θαλή από μαθητές της Γ' Γυμνασίου στο περιβάλλον Cabri-Geometry II. Ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων έγινε μέσα από διαδικασίες μοντελοποίησης στα πλαίσια ενός πειράματος διδασκαλίας με 50 μαθητές το οποίο έλαβε χώρα σε 4 φάσεις. Η μοντελοποίηση αφορούσε στο σχεδιασμό τριών μοντέλων: α) το μοντέλο για τη γνώση και τη μάθηση λαμβάνοντας υπόψη σύγχρονες εποικοδομιστικές και κοινωνικές προσεγγίσεις, β) το μοντέλο του αντικειμένου μάθησης και γ) το μοντέλο του μαθητή το οποίο περιλαμβάνει θεωρήσεις για το πώς ο μαθητής μαθαίνει το αντικείμενο μάθησης. Στην πρώτη φάση της έρευνας οι δραστηριότητες σχεδιάστηκαν με βάση τα μοντέλα τα οποία προσδιορίστηκαν από τον σχεδιαστή ύστερα από έρευνα της βιβλιογραφίας. Στη δεύτερη φάση οι δραστηριότητες δοκιμάστηκαν σε πραγματική τάξη όπου ο δάσκαλος είχε το ρόλο του ερευνητή. Στην τρίτη φάση το μοντέλο του μαθητή σχεδιάστηκε με βάση την ανάδραση των μαθητών στις δραστηριότητες όπως αυτή η ανάδραση ερμηνεύτηκε από τον ερευνητή ενώ στην τέταρτη φάση οι επανασχεδιασμένες δραστηριότητες δοκιμάστηκαν εκ νέου σε πραγματική τάξη.

Λέξεις κλειδιά

Cabri-Geometry II, Μαθησιακές δραστηριότητες, θεώρημα Θαλή, πείραμα διδασκαλίας, Δευτεροβάθμια εκπαίδευση

Εισαγωγή

Ανάμεσα στα υπάρχοντα περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού για τη μάθηση των μαθηματικών το περιβάλλον Cabri-Geometry II (Laborde, 1990) κατέχει σημαντική θέση. Το Cabri-Geometry II παρέχει δυνατότητες: α) υψηλού βαθμού αλληλεπίδρασης, β) άμεσης διαχείρισης μαθηματικών αντικειμένων με τη χρήση του 'συρσίματος' για μελέτη μιας απειρίας γεωμετρικών σχημάτων με σταθερές ιδιότητες και διατύπωση ή/και επιβεβαίωση μαθηματικών εικασιών και γενικεύσεων, γ) εικονικής ανατροφοδότησης των ενεργειών του μαθητή προκειμένου για αυτοδιόρθωση, δ) αριθμητικής ανατροφοδότησης μιας ποικιλίας μαθηματικών μεγεθών και σχέσεων μεταξύ τους για διατύπωση ή/και επιβεβαίωση μαθηματικών εικασιών και γενικεύσεων, ε) χρήσης ενός μεγάλου αριθμού εργαλείων για κατασκευή ποικιλίας εννοιών της Ευκλείδιας γεωμετρίας, στ) χρήσης εργαλείων κυμαινόμενης γνωστικής διαφάνειας για επίλυση ποικιλίας σημαντικών προβλημάτων με πολλαπλούς τρόπους, ζ) χρήσης πολλαπλών και διασυνδεδεμένων αναπαραστασιακών συστημάτων, θ) επεκτασιμότητας, μέσω της δυνατότητας δημιουργίας μακροεντολών με τις οποίες ο χρήστης μπορεί να εμπλουτίσει το περιβάλλον με επιπλέον εργαλεία τα οποία θεωρεί χρήσιμα για τη μάθησή του ή των μαθητών του (Laborde, 1990; Mariotti, 1995; Holzl, 2001; Healy & Hoyles, 2001).

Ο σχεδιαστής μαθησιακών δραστηριοτήτων μπορεί να αξιοποιήσει τις δυνατότητες του Cabri-Geometry II ώστε να κατασκευάσει δραστηριότητες σύμφωνα με το πλαίσιο συμφραζομένων των σύγχρονων εποικοδομιστικών και κοινωνικών προσεγγίσεων για τη γνώση και τη μάθηση(von Glasersfeld, 1987; Vygotsky, 1978). Ο σχεδιασμός τέτοιου είδους δραστηριοτήτων απαιτεί μια επίπονη διαδικασία προκειμένου να κατασκευαστούν κατάλληλες δραστηριότητες οι οποίες να εναρμονίζονται στον τρόπο που ο μαθητής μαθαίνει το εκάστοτε γνωστικό αντικείμενο. Η διαδικασία αυτή στηρίζεται στη μελέτη της βιβλιογραφίας σε συνδυασμό με την πραγματοποίηση πειραματικών μελετών και μπορεί να αντιμετωπιστεί ως μια διαδικασία μοντελοποίησης που αφορά στη σχεδίαση τριών μοντέλων (Lauriland, 1993; Kordaki, 2004): i) το μοντέλο του αντικειμένου μάθησης με έμφαση στα ουσιώδη και βασικά του σημεία, σε συσχέτιση με τον προσδιορισμό των βασικών μαθηματικών δραστηριοτήτων μέσω των οποίων μπορεί να δομηθεί το αντικείμενο μάθησης, ii) το μοντέλο του μαθητή όταν αυτός φέρνει σε πέρας τις βασικές δραστηριότητες που δομούν το αντικείμενο μάθησης, iii) το μοντέλο μάθησης, δηλαδή του πλαισίου συμφραζομένων (von Glasersfeld, 1987; Noss & Hoyles, 1996; Vygotsky, 1978) μέσα στο οποίο θα λάβει χώρα η μαθησιακή δραστηριότητα ώστε να ενθαρρυνθεί ο μαθητής να: α) κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση του, β) κάνει διερευνήσεις και με βάση αυτές να διατυπώνει ή και να επαληθεύει υποθέσεις, γενικεύσεις και συμπεράσματα, γ) εκφράζει τις ατομικές και ενδο-ατομικές του διαφορές στη μάθηση, δ) αναστοχάζεται με στόχο την εξέλιξή του μέσω της αυτοδιόρθωσης, ε) διευρύνει τη γνώση του μέσω της επικοινωνίας με τη γνώση των άλλων σε αλληλεπιδραστικά κοινωνικά και τεχνολογικά πλαίσια. Ακόμη, ο σχεδιαστής μαθησιακών δραστηριοτήτων μπορεί να εκμεταλλευτεί τα εργαλεία που παρέχονται από το Cabri-Geometry II προκειμένου να κατασκευάσει δραστηριότητες ολιστικού τύπου που να λαμβάνουν χώρα σε πλαίσια προσομοίωσης της καθημερινής ζωής και των ενδιαφερόντων του μαθητή. Τέτοιου δραστηριότητες μπορούν να αποκτούν νόημα για το μαθητή, να τον υποστηρίζουν στην κατασκευή μιας ευρύτερης άποψης σχετικά με τις προς μάθηση έννοιες, καθώς επίσης και να του δημιουργούν κίνητρο να τις πραγματοποιήσει και ως εκ τούτου να κατασκευάσει ενεργητικά τη γνώση του (Nardi, 1996).

Προκειμένου να είναι αξιόπιστη η διαδικασία της μοντελοποίησης είναι σημαντικό να ακολουθηθούν τα παρακάτω τρία βασικά βήματα (Kordaki, 2004): α) σχεδίαση μαθησιακών δραστηριοτήτων από το σχεδιαστή (ΜΔΣ) με βάση τις αντιλήψεις του για το μαθησιακό αντικείμενο, το μοντέλο του για τη γνώση και τη μάθηση και το μοντέλο του για το μαθητή, β) δοκιμή των δραστηριοτήτων σε πραγματική τάξη (πείραμα διδασκαλίας, Cobb & Steffe, 1983) με εστίαση στην καταγραφή της ανάδρασης των μαθητών στις δραστηριότητες και συλλογή των κατάλληλων δεδομένων, και γ) επανασχεδίαση των μαθησιακών δραστηριοτήτων με βάση το μοντέλο του μαθητή (ΜΔΜ) όπως επαναπροσδιορίστηκε αξιοποιώντας την ανάδραση των μαθητών στις δραστηριότητες. Το μοντέλο του μαθητή το οποίο προσδιορίζεται με τον τρόπο αυτό είναι πιο αξιόπιστο από αυτό που σχεδιάζεται χωρίς εμπειρικά δεδομένα παρά το ότι εμπεριέχει τις ερμηνείες του ερευνητή για την ανάδραση των μαθητών στις δραστηριότητες. Επομένως, μπορεί ασφαλέστερα να χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό δραστηριοτήτων οι οποίες θα ανταποκρίνονται περισσότερο στις ανάγκες των μαθητών.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται η εξέλιξη μιας σειράς δραστηριοτήτων για τη μάθηση του θεωρήματος του Θαλή στο περιβάλλον Cabri-Geometry II μέσα από τη διαδικασία μοντελοποίησης που προαναφέρθηκε. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκε ένα ‘πείραμα διδασκαλίας’ σε πραγματική τάξη από μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία αυτή ο δάσκαλος σχεδιάζει περιβάλλοντα μάθησης (δραστηριότητες, εργαλεία κλπ) τα οποία δοκιμάζει στην τάξη και προσπαθεί να τα τροποποιήσει ώστε να γίνουν κατάλληλα για τη μάθηση των μαθητών του μέσα από την ανατροφοδότηση που παίρνει κατά τη διάρκεια του πειράματος. Κατά τη διάρκεια του πειράματος, ο δάσκαλος έχει το ρόλο του ερευνητή και του δημιουργού μοντέλων για τη μάθηση των μαθητών του. Ένα τέτοιο πείραμα διδασκαλίας δεν έχει ως σήμερα αναφερθεί από ερευνητές. Οι συνθήκες και το πλαίσιο του πειράματος παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα του άρθρου. Στη συνέχεια παρουσιάζεται κάθε μία από τις τρεις συνολικά φάσεις έρευνας. Στο τέλος παρουσιάζονται σχετικά συμπεράσματα και προτάσεις για παραπέρα έρευνα.

Το πλαίσιο της έρευνας

Η παρούσα έρευνα αποτελεί μια μελέτη περίπτωσης (Cohen & Manion, 1989) η οποία έχει στόχο τη διαμόρφωση κατάλληλων μαθησιακών δραστηριοτήτων για τη μάθηση του θεωρήματος του Θαλή με την αξιοποίηση των δυνατοτήτων του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri-Geometry II από μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου μέσα από τη μεθοδολογία του ‘πειράματος διδασκαλίας’. Το πείραμα διδασκαλίας εξελίχθηκε μέσα από τρεις φάσεις σε κάθε μία από τις οποίες συμμετείχε μία τάξη 25 μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου. Κάθε φάση διήρκεσε περίπου 2 διδακτικές ώρες. Σε κάθε φάση τα συμπεράσματα τα οποία προέκυπταν από την ανάλυση των δεδομένων αξιοποιήθηκαν για το σχεδιασμό της επόμενης φάσης του πειράματος.

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στο Κέντρο Μαθηματικών και Τεχνολογίας (ΚΕ.ΜΑ.Τ) νομού Αιτωλοακαρνανίας. Το ΚΕΜΑΤ έχει στόχο τη διάχυση γνώσης σε εκπαιδευτικούς και μαθητές της Α/μιας και Β/μιας εκπαίδευσης σχετικά με τη Διδακτική των Μαθηματικών με τη βοήθεια της τεχνολογίας. Λειτουργεί με την επίβλεψη και την καθοδήγηση της σχολικής συμβούλου Μαθηματικών του νομού και υποστηρίζεται από έναν εκπαιδευτικό/Μαθηματικό της Β/μιας εκπαίδευσης. Πηγές δεδομένων της έρευνας αποτέλεσαν τα φύλλα εργασίας των μαθητών και οι σημειώσεις της ερευνήτριας κατά τη διάρκεια του πειράματος διδασκαλίας.

Αποτελέσματα

<u>1η φάση της έρευνας:</u> Σχεδίαση μαθησιακών δραστηριοτήτων με βάση τις υποθέσεις του σχεδιαστή για το μοντέλο του μαθητή (ΜΔΣ). Η σχεδίαση των δραστηριοτήτων που δόθηκαν στην πρώτη φάση στηρίχτηκε στον προσδιορισμό: α) του μοντέλου του αντικειμένου μάθησης (θεώρημα Θαλή), β) του μοντέλου για τη γνώση και τη μάθηση με βάση τις σύγχρονες κοινωνικές και εποικοδομιστικές θεωρήσεις, και γ) των προς αξιοποίηση δυνατοτήτων του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri-Geometry II. Το μοντέλο του μαθητή σε αυτό το σημείο δεν ήταν δυνατό να σχεδιαστεί λόγω έλλειψης ερευνητικών δεδομένων για το πώς οι μαθητές μαθαίνουν το παραπάνω θεώρημα. Από την άλλη μεριά μέσω του πειράματος διδασκαλίας ήταν αναμενόμενο να συλλεχθούν κατάλληλα δεδομένα για τον σχεδιασμό του μοντέλου του μαθητή και την επανασχεδίαση των δραστηριοτήτων.

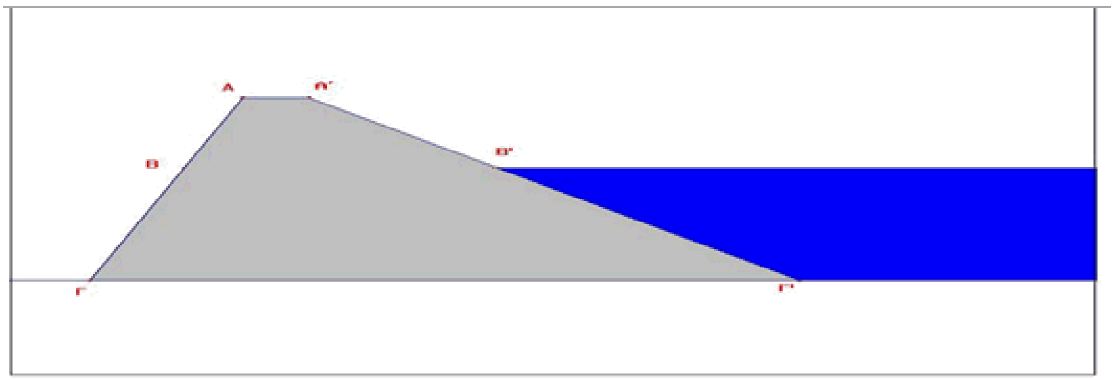
Στη φάση αυτή σχεδιάστηκαν 4 δραστηριότητες των οποίων η αρχιτεκτονική περιλάμβανε 4 βασικά μέρη: α) το στόχο της δραστηριότητας, β) αναλυτική περιγραφή των απαραίτητων πληκτρολογήσεων για τη σχεδίαση της προς μελέτη γεωμετρικής κατασκευής, δ) οδηγίες για μετρήσεις και πινακοποιήσεις των μεγεθών που συμμετέχουν στη σχέση με την οποία εκφράζεται το θεώρημα του Θαλή, ε) ένα σύνολο ανοικτών ερωτήσεων κατανόησης διερευνητικού τύπου, ε) ένα σύνολο ερωτήσεων κατανόησης εστιασμένων σε επί μέρους θέματα. Οι εστιασμένες ερωτήσεις στόχευαν στη βοήθεια του μαθητή. Οι δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν παρατίθενται στην παρακάτω ενότητα:

$1^{η}$ Δραστηριότητα. α) Να κατασκευάσετε τρεις παράλληλες ευθείες ε1, ε2 και ε3 και δυο άλλες ευθείες ε4 και ε5 που να τέμνουν τις ευθείες ε1, ε2 και ε3 στα σημεία Α, Β, Γ και Α΄, Β΄και Γ΄αντίστοιχα. Να ορίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, Α΄Β΄ και Β΄Γ΄ τα οποία ορίζονται πάνω στις τέμνουσες από τις παράλληλες ευθείες. β) Να υπολογίσετε τα πηλίκα ΑΒ/Α΄Β΄και ΒΓ/Β΄Γ΄. Τι παρατηρείτε; γ) Μετακινείστε τις ευθείες ε1, ε2 και ε3 και πινακοποιείστε αυτόματα τις τιμές των λόγων ΑΒ/Α΄Β΄και ΒΓ/Β΄Γ΄. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να διατυπώσετε κάποια γενίκευση με βάση τον πειραματισμό που πραγματοποιήσατε; Στόχος της 1ης δραστηριότητας ήταν η διερεύνηση και επιβεβαίωση της αλήθειας της αναλογικής σχέσης των τμημάτων που ορίζονται στις τέμνουσες ε1 και ε2 από τις παράλληλες ε3, ε4 και ε5, και η διατύπωση της αντίστοιχης εικασίας από τους μαθητές.

2η Δραστηριότητα. α) Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο ΑΒΓ, μια ευθεία ε1 παράλληλη στη βάση του ΒΓ από την κορυφή Α και μια ευθεία ε2 παράλληλη στη βάση του τριγώνου η οποία να διέρχεται από ένα τυχαίο σημείο της πλευράς ΑΒ. β) Εφαρμόζεται άραγε και πως το Θεώρημα του Θαλή σε αυτή την περίπτωση;

3η Δραστηριότητα. α) Να κατασκευάσετε ένα τραπέζιο και μια ευθεία παράλληλη στις βάσεις του. β) Εφαρμόζεται άραγε και πως το Θεώρημα του Θαλή σε αυτή την περίπτωση; Στόχος των δραστηριοτήτων 2 και 3 ήταν η διερεύνηση της δυνατότητας εφαρμογής του Θεωρήματος του Θαλή από τους μαθητές σε ειδικές περιπτώσεις.

4η Δραστηριότητα. Στο παρακάτω φράγμα (Εικόνα 1) εάν είναι γνωστά τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΒΓ, Α΄Β΄μπορείτε με όσα ήδη έχετε μάθει να υπολογίσετε το μήκος του φράγματος Β΄Γ΄που βρίσκεται μέσα στο νερό; Στόχος της δραστηριότητας αυτής ήταν η κατανόηση της σημασίας του θεωρήματος του Θαλή από τους μαθητές μέσα από την επίλυση ενός πραγματικού προβλήματος.



Εικόνα 1. Σχηματική παρουσίαση διατομής φράγματος

Οι παραπάνω δραστηριότητες δόθηκαν στους μαθητές γραπτά μέσω ενός φύλλου εργασίας.

<u>$2^{η}$ φάση της έρευνας:</u> Πείραμα διδασκαλίας (ΠΔ) με βάση τις δραστηριότητες που στηρίχτηκαν αποκλειστικά στα μοντέλα του σχεδιαστή. Από τη δοκιμή των δραστηριοτήτων στην τάξη ($1^{η}$ φάση ΠΔ) προέκυψε ότι: α) ΄Ολοι οι μαθητές διαπίστωσαν την αλήθεια της αναλογικής σχέσης των τμημάτων που ορίζονται από τις δύο τέμνουσες στις 3 παράλληλες ευθείες ε1, ε2 και ε3 μέσα από τον πειραματισμό τους με τη μεταβολή των παραλλήλων αλλά και των τεμνουσών με τη βοήθεια του ΄συρσίματος΄. Παρόλα αυτά, οι μαθητές δεν μπόρεσαν να διατυπώσουν

γενίκευση του τύπου: Όταν έχουμε 3 παράλληλές ευθείες και δύο άλλες ευθείες που τις τέμνουν στα σημεία Α, Β, Γ και Α΄, Β΄ και Γ΄ ισχύει ΑΒ/Α΄Β΄=ΒΓ/Β'Γ''. Οι βασικοί λόγοι για τους οποίους οι μαθητές δεν μπόρεσαν να καταλήξουν σε αυτή τη γενίκευση όπως προέκυψε από την αλληλεπίδραση στην τάξη και από τις απαντήσεις τους στα φύλλα εργασίας, ήταν οι παρακάτω:

- Αντιμετώπιση του σχήματος ως σχεδίου και μη αναγνώριση των συγκεκριμένων γεωμετρικών μερών του πχ. τις παράλληλες ευθείες, τις τέμνουσες και τα οριζόμενα ευθύγραμμα τμήματα.
- Έλλειψη κατανόησης του ποια ακριβώς είναι τα δεδομένα του προβλήματος,
- Εστίαση στη διαπίστωση της αλήθειας της αναλογικής σχέσης των τμημάτων μέσα από την πληθώρα των αριθμητικών δεδομένων και χάσιμο του νοήματος της σχέσης στη γεωμετρική κατασκευή (έβλεπαν ισότητες στα περιεχόμενα των στηλών του πίνακα αλλά δεν μπορούσαν να συνδέσουν με το σχήμα και να παράγουν εικασία),
- Εκτεταμένη ενασχόληση με τις πληκτρολογήσεις για τη σχεδίαση της γεωμετρικής κατασκευής (πάνω από μία ώρα) με αποτέλεσμα το χάσιμο της εστίασής τους στα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά.
- Η αναλογική σχέση ΑΒ/Α΄Β΄=ΒΓ/Β΄Γ΄δεν προέκυψε ως προϊόν πειραματικής δραστηριότητας των μαθητών αλλά δόθηκε προς επιβεβαίωση από αυτούς με συνδυασμό μετρήσεων ευθυγράμμων τμημάτων ΄συρσίματος΄ και πινακοποίησης,
- Χρειαζόταν περισσότερος χρόνος για την κατανόηση του τι συμβαίνει κατά τη μεταβολή της γεωμετρικής κατασκευής μέσω του 'συρσίματος'. Πολλοί μαθητές όταν ρωτήθηκαν τι συμβαίνει σε αυτή την περίπτωση είπαν ότι βλέπουν να κινούνται τα σχήματα αλλά δεν μπορούσαν να προσδιορίσουν ποια είναι αυτά τα σχήματα και αν κάτι διατηρείται σταθερό.

β) οι μαθητές δεν μπόρεσαν να κατανοήσουν αν εφαρμόζεται και πως το θεώρημα του Θαλή στις δραστηριότητες 2, 3 και 4. Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές δεν μπορούσαν να αναγνωρίσουν ότι τα γεωμετρικά στοιχεία των κατασκευών αυτών των δραστηριοτήτων αποτελούν ειδικές περιπτώσεις της γεωμετρικής κατασκευής η οποία μελετάται με το θεώρημα του Θαλή. Αυτό πιθανό αυτό να οφείλεται στο ότι οι μαθητές δεν μπόρεσαν να καταλήξουν στη γενίκευση που προαναφέρθηκε λόγω του ότι δεν πειραματίστηκαν με διάφορες σχέσεις προκειμένου να καταλήξουν στην αναλογική σχέση που εκφράζει το θεώρημα του Θαλή.

γ) Η δραστηριότητα με το φράγμα φάνηκε ότι έδωσε μια απάντηση στους μαθητές για την αναγκαιότητα της διατύπωσης του σχετικού θεωρήματος από τον Θαλή. Όμως το γεγονός ότι η δραστηριότητα αυτή ήταν η τελευταία κατά σειρά πραγματοποίησης στέρησε από τους μαθητές την ευκαιρία να εντάξουν από την αρχή τη διαδικασία της μάθησής τους για το θεώρημα Θαλή σε ένα πλαίσιο το οποίο να έχει νόημα γι αυτούς.

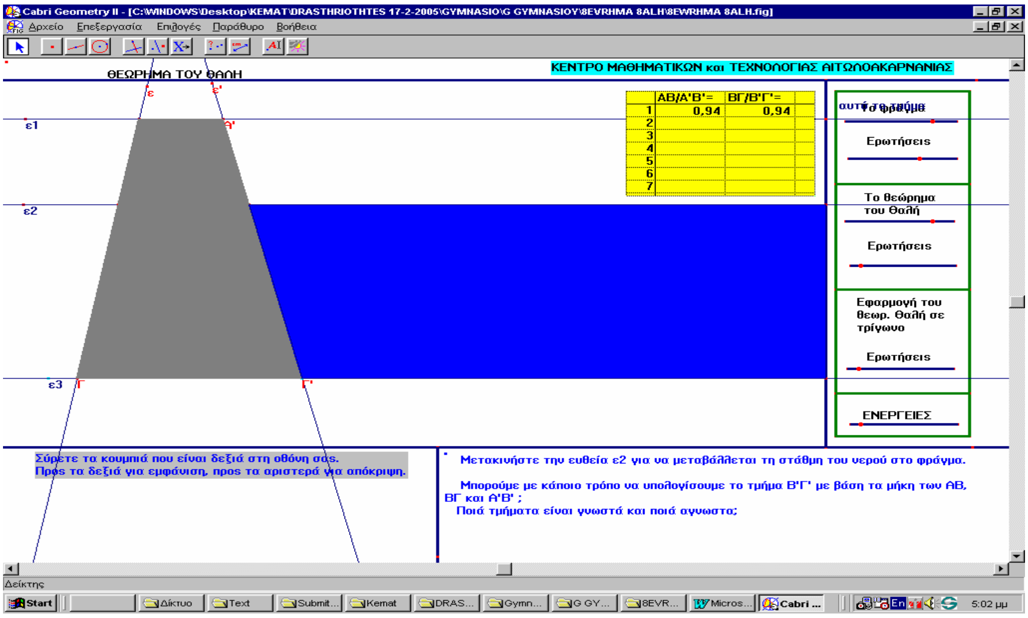
δ) Ολοι οι μαθητές χρειάστηκαν πολύ χρόνο προκειμένου να πραγματοποιήσουν τις απαιτούμενες πληκτρολογήσεις για την κατασκευή των σχετικών σχημάτων όλων των δραστηριοτήτων. Με βάση αυτό το στοιχείο αποφασίστηκε να επαναληφθεί το πείραμα διδασκαλίας με χρήση ενός ηλεκτρονικού φύλλου εργασίας το οποίο θα παραπέμπει μέσω υπερσυνδέσμων σε έτοιμα τα προς μελέτη σχήματα ($2^η$ φάση του ΠΔ). Από τη δοκιμή των φύλλων αυτών στην τάξη παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές εστιάζονταν μεν στο αλληλεπιδραστικό γεωμετρικό σχήμα χωρίς να χάνονται στη διαδικασία πληκτρολογήσεων της γεωμετρικής κατασκευής, αλλά μπερδεύνοταν στη μετακίνηση από το ηλεκτρονικό φύλλο κειμένου στην ηλεκτρονική αλληλεπιδραστική κατασκευή στο Cabri-Geometry II. Επιπλέον, παρατηρήθηκαν όλα τα ευρήματα (α), (β), και (γ) τα οποία προαναφέρθηκαν.

<u>3η φάση της έρευνας:</u> *Επανασχεδίαση των μαθησιακών δραστηριοτήτων με βάση το μοντέλο του μαθητή (ΜΔΜ) όπως αυτό επαναπροσδιορίστηκε ύστερα από τη δοκιμή τους σε πραγματική τάξη.*

Με βάση την ανάδραση των μαθητών στις δραστηριότητες που τους δόθηκαν αποφασίστηκε να επαναληφθεί το πείραμα διδασκαλίας με τις παρακάτω τροποποιήσεις: α) να δίνονται τα σχήματα έτοιμα στους μαθητές προς μελέτη ώστε να αποφεύγεται ο νοητικός φόρτος ο οποίος οφείλεται στη σειρά των απαιτουμένων πληκτρολογήσεων, β) να ζητείται κάθε φορά από τους μαθητές να εστιαστούν στο να προσδιορίσουν και να ερμηνεύσουν τα επί μέρους γεωμετρικά στοιχεία του σχήματος προς μελέτη, γ) να ερωτώνται οι μαθητές για το ποια είναι τα δεδομένα και ποια τα ερωτήματα της δραστηριότητας, δ) να ζητείται από τους μαθητές να εστιαστούν στη δυναμική μεταβολή του σχήματος και να δώσουν ερμηνείες για το τι συμβαίνει, ε) να ζητείται από τους μαθητές να εστιάζονται στα αριθμητικά δεδομένα σε συνδυασμό με τα γεωμετρικά μεγέθη τα οποία περιγράφουν προκειμένου να διατυπώσουν εικασίες, ζ) να δοθεί προς μελέτη μια μόνον γεωμετρική αλληλεπιδραστική κατασκευή η οποία να δύναται τροποποιείται έτσι ώστε να μπορεί να ενσωματώσει και τις 4 δραστηριότητες που προαναφέρθηκαν στην πρώτη φάση σχεδίασης, η) προκειμένου να αποφευχθεί ο νοητικός φόρτος ο οποίος οφείλεται στη συνεχή αλλαγή μέσου (χαρτί-μολύβι και Cabri-Geometry II) αποφασίστηκε, η γεωμετρική αλληλεπιδραστική κατασκευή, οι τεχνικού τύπου οδηγίες διαχείρισής της και οι ερωτήσεις κατανόησης που απευθύνονται στο μαθητή να ενσωματωθούν στην ίδια επιφάνεια εργασίας. Για το λόγο αυτό σχεδιάστηκε ένα ειδικό περιβάλλον διεπαφής το οποίο φαίνεται στην Εικόνα 2. Στην παρακάτω ενότητα αναλύεται η σχεδίαση του περιβάλλοντος διεπαφής και η ολιστικού τύπου δραστηριότητα όπως δόθηκε προς μελέτη στους μαθητές.

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2 η επιφάνεια διεπαφής είναι χωρισμένη σε 4 μέρη: 1) στη στήλη πλοήγησης η οποία χωρίζεται στα βασικά μέρη της μαθησιακής δραστηριότητας. Η στήλη αυτή αποτελείται από μια σειρά κουμπιά που κατασκευάστηκαν από το σχεδιαστή της δραστηριότητας (δεξιό μέρος της οθόνης, Εικόνα 2). Τα κουμπιά αυτά δίνουν δυνατότητες εμφάνισης ή απόκρυψης: α) ενός σχήματος ή/και μιας σειράς ερωτήσεων προς το μαθητή και β) μιας σειράς τεχνικών οδηγιών διαχείρισης της προς μελέτη αλληλεπιδραστικής γεωμετρικής κατασκευής, 2) στο χώρο που εμφανίζονται οι συνοπτικές οδηγίες χειρισμού της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον δηλαδή οι λειτουργίες του σύρσιματος και των κουμπιών (κάτω δεξιό μέρος της οθόνης, Εικόνα 2), 3) στο χώρο που εμφανίζονται οι ερωτήσεις προς το μαθητή (κάτω αριστερό μέρος της οθόνης), και 4) στο χώρο πειραματισμού του μαθητή με την αλληλεπιδραστική γεωμετρική κατασκευή (το κύριο μέρος της οθόνης, Εικόνα 2).

Το σενάριο. Το σενάριο με το οποίο αποφασίστηκε να εισαχθούν οι μαθητές στο πείραμα διδασκαλίας ήταν από την καθημερινή ζωή προκειμένου να δημιουργηθεί κίνητρο στους μαθητές να εμπλακούν στη μελέτη του θεωρήματος του Θαλή και περιγράφεται παρακάτω: 'Στην οθόνη του υπολογιστή σας βλέπετε ένα φράγμα (Εικόνα 2). Τα τμήματα ΑΒ, ΒΓ και Α'Β' τα οποία βρίσκονται πάνω από το νερό είναι δυνατό να μετρηθούν. Ξέρουμε επίσης το μήκος και το πλάτος του φράγματος. Θέλουμε όμως να υπολογίσουμε το μήκος Β'Γ' που βρίσκεται κάτω από το νερό ώστε να μπορούμε να υπολογίσουμε το ύψος της στήλης του νερού και επομένως τον όγκο του νερού που περιέχεται κάθε φορά στο φράγμα προκειμένου να διανήμουμε το νερό δίκαια στους κατοίκους μιας πόλης. Υπάρχει άραγε τρόπος να υπολογιστεί το τμήμα Β'Γ' χωρίς να χρησιμοποιήσουμε ταχύμετρα ή να χρειαστεί να κολυμπήσει κάποιος μέσα στο νερό?'



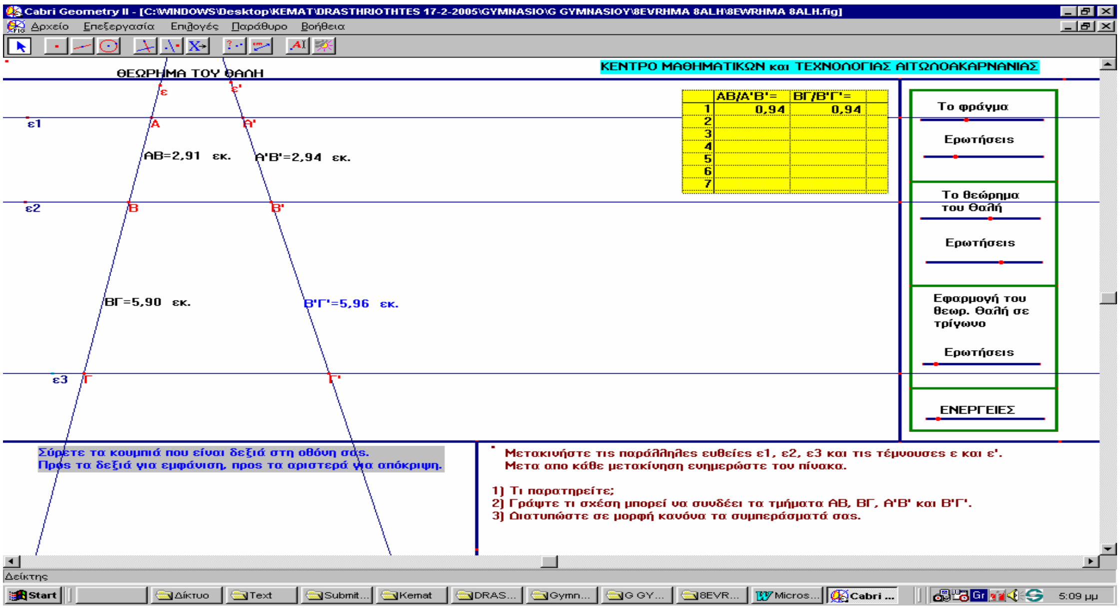
Εικόνα 2. Το περιβάλλον διεπαφής μαθησιακών δραστηριοτήτων για τη μελέτη του θεωρήματος του Θαλή στο περιβάλλον Cabri-Geometry II.

<u>4η φάση της έρευνας:</u> Πείραμα διδασκαλίας με βάση τις δραστηριότητες που επανασχεδιάστηκαν παίρνοντας υπόψη τους το ΜΔΜ. Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται το πείραμα διδασκαλίας όπως πραγματοποιήθηκε σε πραγματική τάξη. Παρουσιάζονται τα σημεία τα οποία είχε αποφασιστεί να εστιαστεί η μαθησιακή διαδικασία και οι αντίστοιχες βασικές ερωτήσεις οι οποίες είχαν προσχεδιαστεί πριν το πείραμα διδασκαλίας στην τάξη. Επίσης παρουσιάζονται οι επιπλέον ερωτήσεις που έγιναν από τον ερευνητή κατά τη διάρκεια του πειράματος καθώς και μια συνοπτική περιγραφή της ανάδρασης των μαθητών κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασής τους με το περιβάλλον των δραστηριοτήτων που διαμορφώθηκε.

Α. Εστίαση στο σενάριο. Στο σημείο αυτό οι μαθητές ενημερώθηκαν από τον ερευνητή για το προς επίλυση πρόβλημα με βάση το παραπάνω σενάριο και ρωτήθηκαν αν τους ενδιαφέρει να γίνουν μικροί ερευνητές προκειμένου να διερευνήσουν τρόπους προσδιορισμού του μήκους (Β'Γ') του φράγματος που βρίσκεται κάτω από το νερό. Από την ανάδραση των μαθητών στο ερώτημα φάνηκε ότι το παραπάνω σενάριο είναι ελκυστικό στους μαθητές και μπορεί να τους δημιουργηήσει κίνητρο εμπλοκής στη μαθησιακή διαδικασία

Β. Εστίαση στα δεδομένα και στα ζητούμενα της δραστηριότητας. Στο σημείο αυτό οι μαθητές κλήθηκαν να εστιαστούν και να ονομάσουν τα γνωστά και τα άγνωστα στοιχεία στο φράγμα της εικόνας 2. Στη συνέχεια ο ερευνητής ανακοίνωσε στους μαθητές ότι το νερό (το μπλε χρώμα) και το τσιμέντο (το γκρι χρώμα) μπορούν να αφαιρεθούν άμμεσα και το φράγμα να μελετηθεί. Αφαίρεσε λοιπό το νερό (με ένα κλικ) και το τσιμέντο (με ένα δεύτερο κλικ) από την Εικόνα 2 και προέκυψε η Εικόνα

3 όπου οι μαθητές κλήθηκαν να προχωρήσουν σε πειραματισμό για τον προσδιορισμό του μήκους Β'Γ'.



Εικόνα 3. Αλληλεπιδραστική εικόνα για τη μελέτη του θεωρήματος του Θαλή στο περιβάλλον Cabri-Geometry II.

Το πείραμα διδασκαλίας συνεχίστηκε όπως παρακάτω:

Γ) Εστίαση στο σχήμα. i) Διερευνητική ερώτηση: 'Αναγνωρίστε και γράψτε στο φύλλο εργασίας σας τα στοιχεία του σχήματος που βλέπετε στην οθόνη'. Η ερώτηση αυτή είχε στόχο τη διερεύνηση των αντιλήψεων κάθε μαθητή για την προς μελέτη γεωμετρική κατασκευή. ii) Προτροπή για συζήτηση στην τάξη: 'Ας αναφέρουμε ποια είναι τα γεωμετρικά στοιχεία του σχήματος που βλέπετε στην οθόνη του υπολογιστή σας'. Η συζήτηση αυτή είχε στόχο τη διαπραγμάτευση των απόψεων των μαθητών μεταξύ τους και με τον καθηγητή με στόχο το ξεκαθάρισμα τον εμπλουτισμό και την ενιαιοποίησή τους σχετικά με την προς μελέτη γεωμετρική κατασκευή . iii). Ερώτηση: 'Μετά από τη συζήτηση που έγινε μπορείτε τώρα να γράψετε στο φύλλο εργασίας τα στοιχεία του σχήματος που βλέπετε στην οθόνη?' α) Έχουμε:…………..β) Ψάχνουμε για……..

Δ) Εστίαση στη σχέση μεταξύ των ευθ. τμημάτων. i) Διερευνητική ερώτηση προς όλη την τάξη: 'Ποιες πιθανές σχέσεις μπορεί να συνδέουν τα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, Α΄Β΄, Β΄Γ΄?'. Στο σημείο αυτό χρειάστηκε να γίνει η ερώτηση 'Τι εννοούμε όταν λέμε σχέση ανάμεσα σε ευθύγραμμα τμήματα?' Οι μαθητές είπαν ότι σχέση είναι μια πράξη μεταξύ των συγκεκριμένων τμημάτων και ανέφεραν σειρά πιθανών σχέσεων όπως προσθετική, αφαιρετική σχέση πολλαπλασιασμού ή/και διαίρεσης. ii) Πειραματισμός: Στο σημείο αυτό ο ερευνητής προέτρεψε τους μαθητές να διερευνήσουν όλες τις δυνατές σχέσεις μεταξύ των τμημάτων ΑΒ, ΒΓ, Α΄Β΄, Β΄Γ΄ λέγοντας 'Με βάση τη συζήτηση που έγινε δοκιμάστε να κάνετε όλους τους παρακάτω υπολογισμούς' (οι υπολογισμοί έγιναν στο φύλλο εργασίας). iii) Ερώτηση: 'Συνδέει κάποια σχέση τα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, Α΄Β΄, Β΄Γ΄? Αν ναι ποια είναι αυτή?' Οι μαθητές κατέληξαν ότι ισχύουν οι σχέσεις που περιγράφονται στην τελευταία και προτελευταία γραμμή του παραπάνω πίνακα. iv) Προτροπή:΄Γράψτε πια σχέση καταλήξατε ότι ισχύει ανάμεσα στα ευθ. τμήματα ΑΒ, ΒΓ, Α΄Β΄ και Β΄Γ΄'. Όλοι οι μαθητές διατύπωσαν ότι ισχύει η σχέση ΑΒ/ΒΓ=Α΄Β΄/Β΄Γ΄.

ΑΒ+ΒΓ=	ΑΒ+Α΄Β΄=	ΑΒ+Β΄Γ΄=	ΒΓ+Β΄Γ΄=	ΒΓ+Α΄Β΄=
ΑΒ-ΒΓ=	ΑΒ-Α΄Β΄=	ΑΒ-Β΄Γ΄=	ΒΓ-Β΄Γ΄=	ΒΓ -Α΄Β΄=
ΑΒ*ΒΓ=	ΑΒ*Α΄Β΄=	ΑΒ*Β΄Γ΄=	ΒΓ*Β΄Γ΄=	ΒΓ *Α΄Β΄=
ΑΒ/ΒΓ=	ΑΒ/Α΄Β΄=	ΑΒ/Β΄Γ΄=	ΒΓ/Β΄Γ΄=	ΒΓ /Α΄Β΄=

Πίνακας 1. Υπολογισμοί για τον προσδιορισμό σχέσεων ανάμεσα στα τμήματα που τέμνονται δύο ευθείες τεμνόμενες από 3 παράλληλες

Ε) Εστίαση στη μεταβολή του σχήματος. Η παρέμβαση του ερευνητή περιγράφεται παρακάτω: ι) Μετακινείστε τις ευθείες ε1, ε2, ε3, ε4 και ε5 και πινακοποιείστε τα αποτελέσματα. 2) Τι είναι αυτό που αλλάζει? 3) Τι είναι αυτό που διατηρείται σταθερό? 4) Μπορείτε να διατυπώστε κάποια εικασία? 5) Διατυπώστε σε μορφή κανόνα τα συμπεράσματά σας. Όταν έχουμε………τότε ισχύει………………..

Εδώ οι περισσότεροι μαθητές μπόρεσαν να συσχετίσουν τα δεδομένα στα οποία ήδη είχαν εστιαστεί προηγουμένως με τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξαν μέσα από την πειραματική διαδικασία.

Ζ) Επιστροφή στο αρχικό πρόβλημα.Ερώτηση: Μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε το τμήμα Β΄Γ΄ στο φράγμα; Ολοι οι μαθητές υπολόγισαν το τμήμα Β΄Γ΄. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην αλληλεπιδραστική κατασκευή της Εικόνας 3 είναι δυνατό να μελετηθεί το θεώρημα του Θαλή στο τραπέζιο διότι μπορεί να σχεδιαστεί με το εργαλείο ‘πολύγωνο’ το τραπέζιο ΑΓΓ’Α’, να παραμείνουν οι ευθείες ε3, ε4 και ε5 ενώ θα αποκρυφθούν οι ε1 και ε2. Επιπλέον εάν στην αλληλεπιδραστική γεωμετρική κατασκευή της Εικόνας 2 μετακινηθεί η ευθεία ε2 έτσι ώστε να τέμνεται με την ε1 σε σημείο της ε5 μπορεί να μελετηθεί το θεώρημα του Θαλή στο τρίγωνο. Οι τελευταίες αυτές περιπτώσεις μελέτης του θεωρήματος του Θαλή δεν δοκιμάστηκαν σε πραγματική τάξη.

Συζήτηση – συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκαν μαθησιακές δραστηριότητες για τη μάθηση του θεωρήματος του Θαλή στο περιβάλλον Cabri-Geometry II. Οι δραστηριότητες αυτές σχεδιάστηκαν με βάση μια διαδικασία μοντελοποίησης που αφορά στην κατασκευή ενός συνδυασμού 3 μοντέλων που αφορούν: α) στη γνώση και τη μάθηση με βάση τις σύγχρονες κοινωνικές και εποικοδομιστικές θεωρήσεις, β) στο αντικείμενο μάθησης, και γ) στο μοντέλο του μαθητή όταν αυτός μαθαίνει το συγκεκριμένο αντικείμενο μάθησης. Τα μοντέλα αυτά σχεδιάστηκαν αρχικά με βάση τις ερμηνείες του σχεδιαστή για τα αντίστοιχα θέματα και στη συνέχεια τροποποιήθηκαν με βάση τα ζητήματα που αναδύθηκαν ύστερα από τη δοκιμή των δραστηριοτήτων σε πραγματική τάξη. Κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε ήταν το ΄πείραμα διδασκαλίας’. Οι δραστηριότητες που προέκυψαν στην τελική τους μορφή, παίρνοντας υπόψη την ανάδραση των μαθητών κατά τη διάρκεια του πειράματος διδασκαλίας, είναι: α) ολιστικού τύπου όπου μέσα από μία μόνον αλληλεπιδραστική κατασκευή μπορεί να μελετηθεί το θεώρημα του Θαλή σε ένα πρόβλημα της καθημερινής ζωής αλλά και σε τυπικά γεωμετρικά σχήματα όπως το τραπέζιο και το τρίγωνο, και β) εστιάζουν το μαθητή στην ίδια επιφάνεια εργασίας σε όλη τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας. Δηλαδή, οι ερωτήσεις κατανόησης, οι τεχνικού τύπου οδηγίες χειρισμού της κατασκευής και η αλληλεπιδραστική κατασκευή βρίσκονται στην ίδια διεπιφάνεια με το χρήστη. Η επιφάνεια διεπαφής χωρίζεται σε 4 μέρη: α) στήλη πλοήγησης, β) χώρος αλληλεπίδρασης με τη γεωμετρική κατασκευή προς μελέτη, γ) χώρος ερωτήσεων κατανόησης, και δ) χώρος οδηγιών χειρισμού της κατασκευής. Στη γραμμή πλοήγησης παρουσιάζονται με μορφή κουμπιών: α) οι διαφορετικές εκδοχές του αντικειμένου μάθησης οι οποίες παραπέμπουν σε διαφορετικές αλληλεπιδραστικές κατασκευές προς μελέτη, β) οι ερωτήσεις κατανόησης και γ) οδηγίες δυναμικής διαχείρισης της εκάστοτε αλληλεπιδραστικής κατασκευής. Η παραπάνω σχεδίαση συνοδεύτηκε από μια σειρά βήματα εστίασης κατά τη διάρκεια του πειράματος διδασκαλίας, όπως: α). εστίαση στο σενάριο, β) Εστίαση στα δεδομένα και στα ζητούμενα της δραστηριότητα,. γ) Εστίαση στο σχήμα, δ) Εστίαση στη σχέση μεταξύ των ευθ. τμημάτων. ε) Εστίαση στη μεταβολή του σχήματος, ζ) Επιστροφή στο αρχικό πρόβλημα. Η δραστηριότητα δοκιμάστηκε σε πραγματική τάξη και φάνηκε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες των μαθητών. Περισσότερη έρευνα απαιτείται με δοκιμή της δραστηριότητας σε τάξη και επιπλέον ανάλυση των δεδομένων της παρούσας έρευνας ως προς τα επί μέρους στοιχεία που αφορούν στην κατανόηση βασικών στοιχείων που αφορούν στο θεώρημα Θαλή από τους μαθητές.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist Researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.

Cohen, L. & Manion, L. (1989). Research Methods in Education. London: Routledge.

Healy, L and Hoyles, C. (2001). Software Tools for Geometrical Problem Solving: potentials and Pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 6(3), 235-256.

Holzl, (2001).Using Dynamic geometry software to add contrast to geometric situations-A case study. *International Journal of Computers for Mathematical* Learning 6(1), 63-86.

Kordaki, M. (2003). The effect of tools of a computer microworld on students' strategies regarding the concept of conservation of area. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 177-209.

Kordaki, M. (2004). Challenging Prospective Computer Engineers to Design Educational Software by Engaging them in a Constructivist Learning Environment. *Education and Information Technologies*, 9(3), 239-253.

Laurillard, D. (1993). *Rethinking University Teaching, a Framework for the Effective Use of Educational Technology*. London: Routledge.

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Mariotti, M-A. (1995). Images and concepts in geometrical reasoning. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 97-116). Berlin: Springer-Verlag.

Laborde, J-M. (1990). *Cabri-Geometry* [Software]. France: Universite de Grenoble.

Nardi, B.A. (1996). Studying context: A comparison of activity theory, situated action models, and distributed cognition. In B.A. Nardi (Ed.), *Context and consciousness: Activity theory and human-computer interaction*. A: MIT Press.

von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp.3-18). London: Lawrence Erlbaum.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society.* Cambridge: Harvard University Press.