

Μαθηματική γλώσσα: η χρήση λέξεων με καθημερινή και μαθηματική σημασία από παιδιά του δημοτικού σχολείου

Δεσλή Δέσποινα & Μάρκα Αλεξία

Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης

Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης στην Προσχολική Ηλικία

ddesli@psed.duth.gr

Περίληψη

Συγκεκριμένη μαθηματική ορολογία συχνά χρησιμοποιείται σε πολλές περιστάσεις της καθημερινής ζωής, άλλοτε με το ίδιο και άλλοτε με διαφορετικό νόημα. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να εξετάσει τον τρόπο με τον οποίο τα παιδιά αντιλαμβάνονται και ερμηνεύουν λέξεις που έχουν ταυτόχρονα καθημερινό και μαθηματικό νόημα. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν δύο έρευνες. Στην πρώτη έρευνα, ζητήθηκε από παιδιά Β' και Ε' Δημοτικού (N=60) να σχηματίσουν προτάσεις με λέξεις οι οποίες είχαν καθημερινή και μαθηματική σημασία για να εξεταστεί ποιο είδος ερμηνείας κυριαρχεί στην απόδοση του νοήματος των λέξεων. Βρέθηκε ότι στα παιδιά της Β' Δημοτικού στατιστικά σημαντικά υπερίσχυε η καθημερινή ερμηνεία στις διαφορούμενες λέξεις, ενώ τα παιδιά της Ε' Δημοτικού απέδιδαν σε αυτές τις λέξεις κυρίως μαθηματικό περιεχόμενο. Υπήρχαν, ωστόσο, λέξεις στις οποίες όλα τα παιδιά χρησιμοποιούσαν αποκλειστικά τη μία από τις δύο ερμηνείες. Στη δεύτερη έρευνα εξετάστηκε ο τρόπος με τον οποίο τα ίδια παιδιά Β' και Ε' Δημοτικού κατανοούν διαφορούμενες λέξεις όταν αυτές παρουσιάζονται μέσα σε προτάσεις άλλοτε με την καθημερινή και άλλοτε τη μαθηματική σημασία τους. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν προηγούμενα ευρήματα ότι η μαθηματική και η καθημερινή γλώσσα δεν χρησιμοποιείται από τα παιδιά με την ίδια ευελιξία. Αναδεικνύεται η αναγκαιότητα της διδασκαλίας των μαθηματικών εννοιών συνοδευόμενης με συγκεκριμένη μαθηματική ορολογία η οποία συχνά αναφέρεται σε ήδη γνωστές λέξεις της καθημερινής ζωής.

Λέξεις κλειδιά

Μαθηματική γλώσσα, καθημερινή γλώσσα, διαφορούμενες λέξεις, Δημοτικό σχολείο.

Εισαγωγή

Η ανάπτυξη μαθηματικών εννοιών στην προσχολική και σχολική ηλικία καθώς και η εξοικείωση των παιδιών με τη γλώσσα αυτών των εννοιών αποτελεί σκοπό και αντικείμενο έρευνας για την επιστημονική και εκπαιδευτική κοινότητα εδώ και αρκετά χρόνια. Ιδιαίτερη μάλιστα σημασία δίνεται στον εμπλουτισμό της γλώσσας με λέξεις που συνδέονται με τα μαθηματικά καθώς και την καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσου επικοινωνίας (ΔΕΠΠΣ, σελ. 711 για το Νηπιαγωγείο, και σελ. 311 για το Δημοτικό, ΦΕΚ, 1376/18-10-2001). Ο ρόλος της γλώσσας έχει επισημανθεί και έχει καταγραφεί μία ιδιαίτερα σημαντική σχέση ανάμεσα στη γλώσσα που χρησιμοποιούμε και τα μαθηματικά που μαθαίνουμε (Austin, & Howson, 1979. Pimm, 1987. Cocking, & Mestre, 1988. Patronis, & Spanos, 1991).

Η διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών, ωστόσο, συνεπάγεται την εισαγωγή συγκεκριμένης – άλλοτε γνωστής και άλλοτε άγνωστης για τα παιδιά – μαθηματικής γλώσσας. Με τον όρο 'μαθηματική γλώσσα' ή 'γλώσσα των μαθηματικών' εννοούμε ένα ευρύ πεδίο λέξεων και φράσεων που συχνά χρησιμοποιούμε όταν κάνουμε μαθηματικά (Pimm, 1987). Συναντούμε σήμερα στα μαθηματικά πολλές λέξεις με τις

οποίες τα παιδιά είναι εξοικειωμένα μέσα από τις καθημερινές τους δραστηριότητες (π.χ., 'προσθέτω', 'τετράγωνο'). Οι λέξεις αυτές χρησιμοποιούνται συχνά στην καθημερινή ζωή αλλά και στα μαθηματικά με την ίδια σημασία. Απρόσμενα, ωστόσο, τα παιδιά παρουσιάζουν δυσκολίες να χρησιμοποιήσουν τέτοιες λέξεις (Donaldson, 1991). Υπάρχουν, επίσης, μαθηματικές λέξεις που θεωρούνται ότι είναι λιγότερο ή καθόλου χρηστικές στην καθημερινή πρακτική των παιδιών (π.χ., 'εξίσωση', 'πηλίκο'). Η διδασκαλία τέτοιων λέξεων με ειδικό μαθηματικό νόημα συνήθως γίνεται εξειδικευμένα αποσκοπώντας τη σύνδεση του όρου με την έννοια ή τη διαδικασία που εκφράζει.

Μία άλλη μεγάλη κατηγορία λέξεων στα μαθηματικά είναι εκείνες που φαινομενικά είναι γνωστές αλλά χρησιμοποιούνται με μια εντελώς διαφορετική σημασία από εκείνη που τα παιδιά συνήθως γνωρίζουν. Η τελευταία περίπτωση των λέξεων έχουν πολύ συγκεκριμένο και τεχνικό μαθηματικό νόημα το οποίο τα παιδιά πρέπει να κατανοήσουν για να είναι σε θέση να τις χρησιμοποιούν με ακρίβεια στο κατάλληλο περιβάλλον (π.χ., 'ακτίνα του ήλιου', 'ακτίνα του κύκλου'). Αυτές οι λέξεις είτε έχουν πολύ λιγότερη σημασία από αυτή που απαιτείται για μαθηματική χρήση είτε μπορεί να έχουν εξολοκλήρου διαφορετικές συσχετίσεις. Και στις δύο περιπτώσεις η προκαλούμενη σύγχυση στα παιδιά είναι πιθανή.

Πέρα από την ειδική ορολογία της μαθηματικής γλώσσας τα παιδιά καλούνται να εμπεδώσουν την ειδική σύνταξη που αυτή έχει. Για παράδειγμα, όπως επισημαίνει η Kerslake (1991), στην καθημερινή γλώσσα ο όρος 'πολλαπλασιάζω' πάντοτε αναφέρεται σε αύξηση (π.χ., τα κέρδη πολλαπλασιάζονται). Το τεχνικό νόημα του όρου στη μαθηματική γλώσσα δεν αναφέρεται απαραίτητα σε αύξηση (π.χ., ο πολλαπλασιασμός κλασμάτων παράγει μείωση).

Οι Durkin και Shire (1991) περιγράφουν σημαντικές παρανοήσεις που τα παιδιά εκδηλώνουν όταν αντιμετωπίζουν λέξεις με διαφορετικό νόημα στα μαθηματικά και την καθημερινή ζωή. Οι ίδιοι περιγράφουν αυτές τις λέξεις ως διφορούμενες και τις εντοπίζουν κυρίως σε έννοιες χώρου και μεγέθους. Όπως οι ίδιοι υποστηρίζουν, όταν τα παιδιά ερμηνεύουν λανθασμένα τέτοιες λέξεις, διαλέγουν συνήθως την καθημερινή σημασία, ενώ ο αντίθετος τύπος λάθους συναντάται πιο σπάνια. Μία άλλη διάσταση της χρήσης της μαθηματικής γλώσσας αναδεικνύει η Resnick (1986), η οποία υποστηρίζει, με βάση τις έρευνές της, ότι η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών συνοδεύεται συνήθως από τη σωστή χρήση μαθηματικής γλώσσας. Συνήθως παιδιά με χαμηλό επίπεδο μαθηματικής κατανόησης τείνουν να κατανοούν και να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα με όρους της καθημερινής.

Οι παρανοήσεις των παιδιών με αυτές τις διφορούμενες λέξεις ίσως να οφείλονται στο γεγονός ότι τα παιδιά δεν είναι έτοιμα να στηριχθούν στο πλαίσιο μέσα στο οποίο εμφανίζονται οι λέξεις έτσι ώστε να βοηθηθούν με τα νέα μαθηματικά τους νοήματα (Durkin & Shire, 1991). Ίσως πάλι επειδή οι διφορούμενες λέξεις στα μαθηματικά σχεδόν πάντα αφορούν αφηρημένα νοήματα - για τα οποία τα παιδιά αδυνατούν να χρησιμοποιήσουν τις προσωπικές τους εμπειρίες (Vygotsky, 1993) - τα παιδιά να λαθεύουν στην ερμηνεία τέτοιων λέξεων. Για να είναι τα παιδιά σε θέση να καταφέρουν τη μετάβαση από τη μία γλώσσα στην άλλη, ενδεχομένως να απαιτείται κάτι περισσότερο από την απλή ξεχωριστή ερμηνεία της καθημερινής και της μαθηματικής γλώσσας.

Πολύ σημαντική για την κατανόηση της ορολογίας των μαθηματικών εννοιών που τα παιδιά διδάσκονται θεωρείται, επίσης, η χρονική στιγμή κατά την οποία γίνεται η εισαγωγή των νέων λέξεων ή νοημάτων στα παιδιά (Lansdell, 1999). Συγκεκριμένα, όπως υποστηρίζει ο Lansdell (1999), για την κατάκτηση της μαθηματικής γλώσσας πρέπει να λαμβάνονται υπόψη δύο παράγοντες: α) η

κατανόηση από τα παιδιά της έννοιας που τους διδάσκουμε και β) η μάθηση από τα παιδιά των κατάλληλων λέξεων που περιγράφουν τη συγκεκριμένη έννοια. Η κατανόηση της μαθηματικής έννοιας μάλιστα πρέπει πάντοτε να προηγείται για να είναι σε θέση τα παιδιά να κάνουν τις 'γενικεύσεις' κατά τη διαμόρφωση και εξέλιξη της έννοιας (Vygotsky, 1993, σελ. 214).

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να εξετάσει τον τρόπο με τον οποίο τα παιδιά αντιλαμβάνονται και ερμηνεύουν λέξεις που έχουν ταυτόχρονα καθημερινό και μαθηματικό νόημα. Ο ρόλος που παίζει η γλώσσα των μαθηματικών στη μάθηση και συνακόλουθα η ερμηνεία της μαθηματικής και της καθημερινής γλώσσας είναι περιοχές γενικότερου προβληματισμού. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν δύο έρευνες. Στην πρώτη έρευνα, η οποία είχε κυρίως διερευνητικό χαρακτήρα, μελετήθηκε η ερμηνεία που αποδίδουν τα παιδιά σε διφορούμενες λέξεις, δηλαδή, ποιο είδος ερμηνείας κυριαρχεί σε αυτές τις λέξεις; Η υπόθεση που εξετάζεται είναι αν τα παιδιά έχουν την τάση να αξιοποιούν αναπαραστάσεις που συνδέονται συχνότερα με την καθημερινή ερμηνεία ή τη μαθηματική ερμηνεία των λέξεων. Εξετάζοντας μόνο ποια ερμηνεία κυριαρχεί δεν φαίνεται, ωστόσο, εάν τα παιδιά γνωρίζουν και τις δύο ερμηνείες, την καθημερινή και τη μαθηματική. Για το λόγο αυτό σχεδιάστηκε η δεύτερη έρευνα στην οποία μελετήθηκε ο τρόπος με τον οποίο τα παιδιά διαχειρίζονται και κατανοούν διφορούμενες λέξεις όταν αυτές εμφανίζονται με την καθημερινή και τη μαθηματική σημασία τους. Εξετάζεται η υπόθεση αν τα παιδιά αντιλαμβάνονται τις δύο ερμηνείες των διφορούμενων λέξεων και είναι σε θέση να αποδίδουν σε αυτές την κατάλληλη ερμηνεία ανάλογα με την περίπτωση.

ΕΡΕΥΝΑ 1

Μέθοδος

Συμμετέχοντες. Στην έρευνα συμμετείχαν συνολικά 60 παιδιά. Το δείγμα χωρίστηκε ισάριθμα σε δύο ηλικιακές ομάδες: παιδιά της Β' Δημοτικού (μέσος όρος ηλικίας: 7 χρόνια και 6 μήνες) και παιδιά της Ε' Δημοτικού (μέσος όρος ηλικίας: 10 χρόνια και 7 μήνες). Τα παιδιά φοιτούσαν σε σχολεία της ευρύτερης περιοχής του Βόλου και προέρχονταν από διαφορετικά κοινωνικο-οικονομικά στρώματα.

Σχεδιασμός. Σε όλα τα παιδιά παρουσιάστηκαν 20 λέξεις και τους ζητήθηκε να δημιουργήσουν προτάσεις με κάθε μία από αυτές. Οι λέξεις που χρησιμοποιήθηκαν είχαν διαφορετική σημασία στην καθημερινή ζωή και στα μαθηματικά και προέρχονταν από τα σχολικά βιβλία των μαθηματικών. Η διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών στις οποίες αναφέρονταν οι συγκεκριμένες λέξεις είχε προηγηθεί για όλα τα παιδιά.

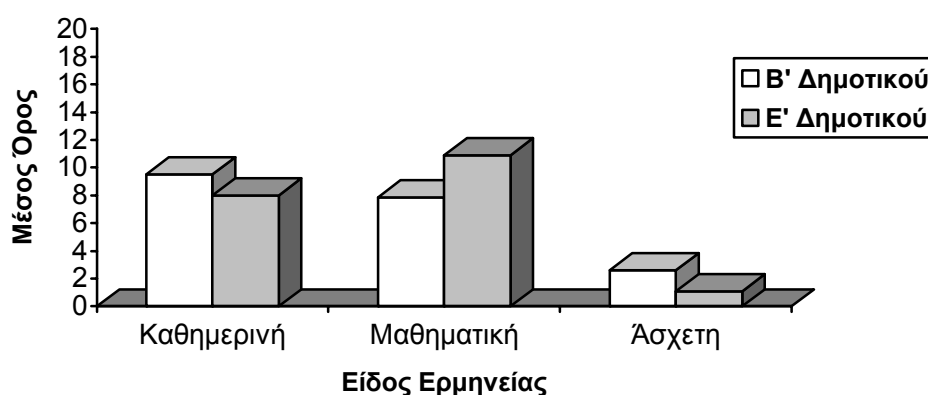
Διαδικασία. Κάθε παιδί εξετάστηκε ατομικά σε χώρο του σχολείου του. Η ερευνήτρια διάβαζε 20 λέξεις με αλφαβητική σειρά και ζητούσε από το παιδί να σχηματίσει προφορικά μία πρόταση για κάθε μία από τις λέξεις. Ένα παράδειγμα λέξης με συγκεκριμένη πρόταση από την ερευνήτρια είχε προηγηθεί για να αποφευχθεί η περίπτωση τα παιδιά να μην κατάλαβαν τις απαιτήσεις του έργου. Η διαδικασία διήρκεσε περίπου 20 λεπτά.

Αποτελέσματα και συζήτηση

Προκειμένου να εξετάσουμε αν τα παιδιά αποδίδουν καθημερινή ή μαθηματική σημασία στις λέξεις που τους παρουσιάστηκαν, συγκρίναμε το σύνολο των προτάσεων που δημιούργησαν με κριτήριο το είδος της ερμηνείας που ενεργοποιείται. Συγκεκριμένα, κάθε πρόταση που τα παιδιά έφτιαχναν

κατηγοριοποιούνταν ως έχουσα καθημερινή, μαθηματική ή άσχετη ερμηνεία. Όπως έδειξε η στατιστική ανάλυση t test για συσχετισμένες ομάδες, δεν βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στη χρήση της καθημερινής και της μαθηματικής ερμηνείας ($t=-1.088$, $df=59$, $p=.281$). Όταν, ωστόσο, το ίδιο στατιστικό κριτήριο εφαρμόστηκε ξεχωριστά για κάθε ηλικιακή ομάδα, προέκυψαν στατιστικά σημαντικές διαφορές. Συγκεκριμένα, στα παιδιά της Β' Δημοτικού στατιστικά σημαντικά υπερείχε η καθημερινή ερμηνεία στις διφορούμενες λέξεις ($t=2.914$, $df=29$, $p<.01$), ενώ τα παιδιά της Ε' Δημοτικού απέδιδαν σε αυτές τις λέξεις κυρίως μαθηματικό περιεχόμενο ($t=-3.685$, $df=29$, $p<.01$). Στο σχήμα 1 παρουσιάζονται αυτές οι διαφορές.

Σχήμα 1
Μέσοι όροι ($mx=20$) του είδους ερμηνείας κατά την απόδοση των λέξεων ανά ηλικία



Εξετάζοντας ξεχωριστά τις λέξεις και τη σημασία που τα παιδιά τις αποδίδουν, βρέθηκε ότι υπήρχαν λέξεις στις οποίες και οι δύο ηλικιακές ομάδες απέδιδαν στην πλειοψηφία τους καθημερινή σημασία. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων περιπτώσεων είναι οι λέξεις: «ακτίνα» (100% και 96,7% για Β' και Ε' Δημοτικού) και «διαφορά» (96,6% και 83,3% για Β' και Ε' Δημοτικού). Μαθηματική σημασία απέδιδαν στις λέξεις: «μονάδα» (85,7% και 90% για Β' και Ε' Δημοτικού), «τετράγωνο» (93,3% και οι δύο ηλικιακές ομάδες). Υπήρχαν, ωστόσο, λέξεις (π.χ., «γωνία») με τις οποίες η πλειοψηφία – σε πολλές περιπτώσεις όλα τα παιδιά – της Β' Δημοτικού σχημάτιζαν προτάσεις χρησιμοποιώντας την καθημερινή σημασία τους (100%), ενώ τα παιδιά της Ε' Δημοτικού μοιράζονταν σε αυτά που απέδιδαν καθημερινή και μαθηματική σημασία (53,3% και 46,7%, αντίστοιχα). Σε άλλες λέξεις οι διαφορές στην ερμηνεία που αποδίδουν τα παιδιά ανάλογα με την ηλικία τους ήταν έντονες: για παράδειγμα, στη λέξη «υπόλοιπο» όλα τα παιδιά της Β' δημοτικού δημιούργησαν πρόταση με καθημερινή σημασία, ενώ το 83,3% των παιδιών της Ε' Δημοτικού με μαθηματική.

ΕΡΕΥΝΑ 2

Η υλοποίηση της δεύτερης έρευνας απείχε χρονικά από την πρώτη περίπου έξι εβδομάδες.

Μέθοδος

Συμμετέχοντες. Τα παιδιά που συμμετείχαν στη δεύτερη έρευνα ήταν τα ίδια με αυτά της πρώτης έρευνας, με τη μόνη διαφορά ότι τη χρονική περίοδο που πραγματοποιήθηκε η δεύτερη έρευνα απουσίαζαν δύο παιδιά. Συνεπώς το δείγμα ήταν συνολικά 58 παιδιά (29 παιδιά Β' Δημοτικού και 29 παιδιά Ε' Δημοτικού).

Σχεδιασμός. Οι 20 λέξεις που χρησιμοποιήθηκαν στην πρώτη έρευνα παρουσιάζονταν στα παιδιά μέσα σε προτάσεις οι οποίες αναδείκνυαν την καθημερινή ή μαθηματική τους σημασία, άλλοτε με σωστό και άλλοτε με λανθασμένο περιεχόμενο. Συνεπώς, δημιουργήθηκαν συνολικά 80 προτάσεις, στις 40 από τις οποίες οι λέξεις παρουσιάζονταν με σωστή μαθηματική και λανθασμένη μαθηματική σημασία (π.χ., 'Το τρίγωνο έχει γωνίες' και 'Ο κύκλος έχει γωνίες', αντίστοιχα) και στις υπόλοιπες 40 προτάσεις οι λέξεις παρουσιάζονταν με σωστή καθημερινή και λανθασμένη καθημερινή σημασία (π.χ., 'Του αρέσει να τρώει τη γωνία του ψωμιού' και 'Του αρέσει να τρώει τη γωνία του μήλου', αντίστοιχα). Τα παιδιά έπρεπε να υποδείξουν αν η πρόταση είναι σωστή ή λανθασμένη. Για να μειωθεί ο αριθμός των προτάσεων που παρουσιάζονται στα παιδιά, δημιουργήθηκαν τυχαία δύο ομάδες παιδιών στα οποία παρουσιάστηκαν οι μισές προτάσεις (συνολικά 40 προτάσεις σε κάθε παιδί). Συγκεκριμένα, στην πρώτη ομάδα παιδιών, δόθηκαν οι 10 πρώτες λέξεις της πρώτης έρευνας με σωστό καθημερινό περιεχόμενο και λανθασμένο μαθηματικό περιεχόμενο (συνολικά 20 προτάσεις) καθώς επίσης και οι 10 τελευταίες λέξεις της πρώτης έρευνας με λανθασμένο καθημερινό περιεχόμενο και σωστό μαθηματικό περιεχόμενο (συνολικά 20 προτάσεις). Αντίστοιχα, με αντίστροφη σειρά ως προς την ορθότητά τους παρουσιάστηκαν οι προτάσεις στη δεύτερη ομάδα παιδιών.

Διαδικασία. Στα παιδιά παρουσιάστηκαν 40 προτάσεις με τυχαία σειρά στις οποίες οι διφορούμενες λέξεις εμφανίζονταν με καθημερινή και μαθηματική σημασία και είχαν σωστό και λανθασμένο περιεχόμενο. Τα παιδιά έπρεπε να υποδείξουν αν η πρόταση ήταν σωστή ή λανθασμένη. Η επεξήγηση των απαιτήσεων της δεύτερης έρευνας έγινε και πάλι με παραδείγματα προτάσεων από την ερευνήτρια.

Αποτελέσματα και συζήτηση

Τα δεδομένα κωδικοποιήθηκαν ως ο αριθμός των προτάσεων (στο σύνολο των 40 που παρουσιάστηκαν) που το παιδί σωστά υπέδειξε ότι είναι σωστές ή λανθασμένες. Η μέγιστη δυνατή βαθμολογία ήταν 40 και η ελάχιστη ήταν 0. Γενικά η επίδοση όλων των παιδιών ήταν πολύ καλή και διέφερε στατιστικά σημαντικά ως προς την ηλικία ($F(1,57)=59.431$, $p<.001$). Τα παιδιά της Ε' Δημοτικού είχαν στατιστικά σημαντικά περισσότερες σωστές απαντήσεις από τα παιδιά της Β' Δημοτικού (ποσοστά επιτυχίας: 81,02% και 64,65%, αντίστοιχα).

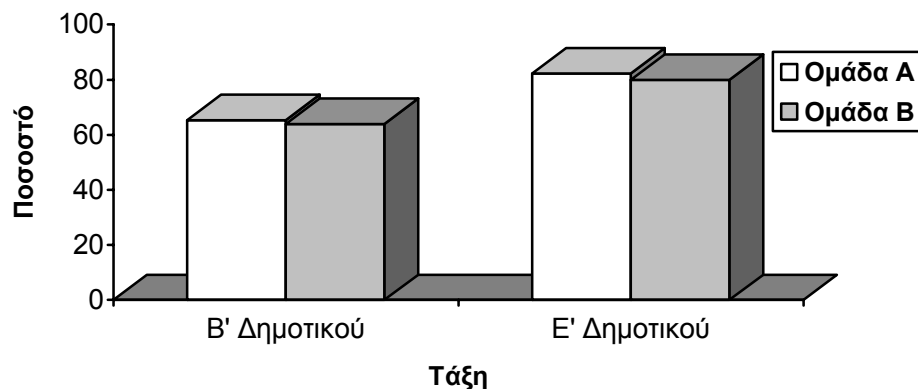
Προκειμένου να ελεγχθεί η γενική επίδοση των παιδιών στις δύο ομάδες στις οποίες κατανεμήθηκαν, χρησιμοποιήθηκε μονοπαραγοντική ανάλυση διασποράς η οποία έδειξε ότι ο τυχαίος χωρισμός των παιδιών στις δύο ομάδες δεν επηρέασε την επίδοσή τους ($F(1,57)=.380$, $p=.540$). Ακόμα και όταν η ίδια ανάλυση επαναλήφθηκε ξεχωριστά για κάθε ηλικιακή ομάδα, δεν βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ($F(1,28)=.316$, $p=.578$ και $F(1,28)=.450$, $p=.508$ για τη Β' και Ε' Δημοτικού, αντίστοιχα) επιβεβαιώνοντας το αρχικό αποτέλεσμα ότι η τυχαία κατανομή των παιδιών στις δύο ομάδες δεν επηρέασε την επίδοσή τους, εφόσον βρέθηκε ότι οι λέξεις παρουσίαζαν παρόμοια δυσκολία για τα παιδιά. Στο σχήμα 2 παρουσιάζεται η επίδοση των παιδιών των δύο τάξεων ανά ομάδα τυχαίας καταχώρησής τους.

Εξετάζοντας τις επιδόσεις των παιδιών στις προτάσεις που αναδείκνυαν την καθημερινή ή την μαθηματική σημασία των λέξεων βρέθηκε ότι αυτές διέφεραν στατιστικά σημαντικά για όλα τα παιδιά ($t=5.375$, $df=57$, $p<.001$). Τα παιδιά

αντιλαμβάνονταν ευκολότερα τις σωστές ή λανθασμένες προτάσεις με καθημερινό νόημα σε σχέση με τις αντίστοιχες με μαθηματικό νόημα (βλ. σχήμα 3). Οι ίδιες

Σχήμα 2

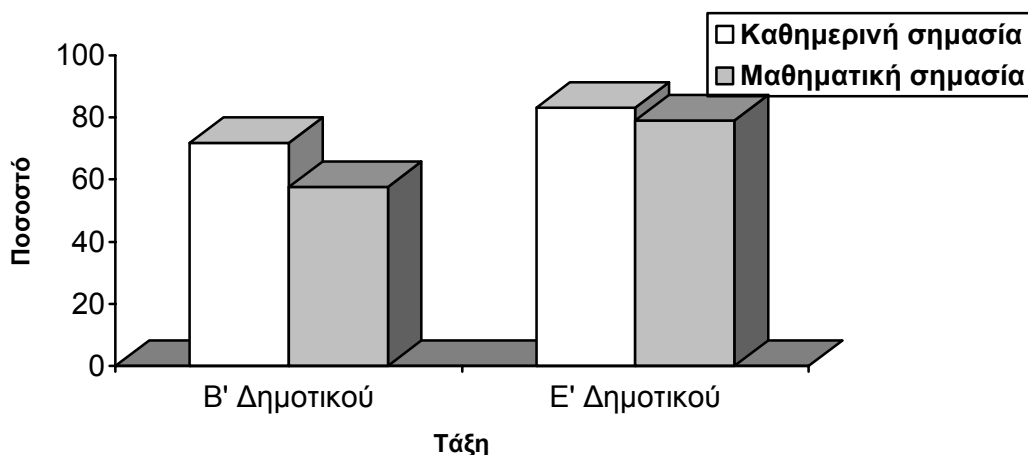
Ποσοστό επιτυχίας των παιδιών ανά ηλικία και ομάδα καταχώρησής τους



στατιστικά σημαντικές διαφορές εντοπίστηκαν όταν ελέγχθηκαν οι επιδόσεις των παιδιών ξεχωριστά για κάθε ηλικία ($t=5.558$, $df=28$, $p<.001$ και $t=2.207$, $df=28$, $p<.05$ για τα παιδιά της Β' και Ε' Δημοτικού, αντίστοιχα) και για κάθε ομάδα καταχώρησής τους ($t=4.610$, $df=29$, $p<.001$ και $t=2.976$, $df=27$, $p<.01$ για τα παιδιά της Ομάδας Α και Β, αντίστοιχα).

Σχήμα 3

Ποσοστό επιτυχίας των παιδιών στις προτάσεις με καθημερινή και μαθηματική σημασία ανά ηλικία



Τέλος, εξετάστηκε η περίπτωση η επίδοση των παιδιών να επηρεάζεται από το αν οι προτάσεις που τους παρουσιάστηκαν ήταν σωστές ή λανθασμένες. Βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στην επίδοση των παιδιών στις σωστές και λανθασμένες προτάσεις: οι προτάσεις που παρουσιάστηκαν σωστά διευκόλυναν τα παιδιά στις απαντήσεις τους τόσο ανεξάρτητα από το αν αυτές είχαν καθημερινό ή

μαθηματικό περιεχόμενο ($t=5.054$, $df=57$, $p<.001$) όσο και ξεχωριστά όταν είχαν μαθηματικό περιεχόμενο ($t=4.990$, $df=57$, $p<.001$) και καθημερινό ($t=3.595$, $df=57$, $p<.01$). Όταν, ωστόσο, η ίδια σύγκριση ελέγχθηκε ξεχωριστά για κάθε ηλικιακή ομάδα, βρέθηκε ότι τα παιδιά της Β' Δημοτικού στατιστικά σημαντικά αδυνατούν να αναγνωρίσουν τη λανθασμένη ερμηνεία σε σχέση με την αντίστοιχη σωστή ($t=6.575$, $df=28$, $p<.001$), ενώ για τα παιδιά της Ε' Δημοτικού δεν βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα δύο είδη προτάσεων ($t=1.268$, $df=28$, $p=.215$).

Όπως και στο πρώτο πείραμα, έτσι και στο δεύτερο βρέθηκε ότι υπήρχαν συγκεκριμένες λέξεις για την κατανόηση των οποίων υπερισχύει μία από τις δύο ερμηνείες, η καθημερινή ή η μαθηματική. Χαρακτηριστικά τέτοια παραδείγματα, είναι οι λέξεις «γωνία», «πλευρά» και «μονάδα» στις οποίες τα παιδιά και των δύο ηλικιών στην πλειοψηφία τους αποδίδουν κυρίως μαθηματική σημασία, ενώ οι λέξεις «παράγοντας» και «υπόλοιπο» στις οποίες κυριαρχεί η καθημερινή σημασία. Υπήρχαν βέβαια και λέξεις (όπως «βάρος», «ισότητα», «πρόβλημα») τις οποίες τα παιδιά φαίνεται να κατανοούν και τις δύο ερμηνείες.

Γενική συζήτηση και συμπεράσματα

Μία από τις βασικές λειτουργίες της γλώσσας είναι να μεταφέρει νοήματα. Από αυτή τη λειτουργία ξεκινούν και μερικά προβλήματα με τη γλώσσα στα μαθηματικά με την έννοια ότι τα νοήματα στα οποία πολλές από τις μαθηματικές λέξεις αναφέρονται είναι σύνθετα, και οι λέξεις που χρησιμοποιούμε για αυτά τα νοήματα συχνά εμπεριέχουν και άλλα νοήματα με τα οποία τα παιδιά δεν είναι πολλές φορές εξοικειωμένα. Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε ο τρόπος που τα μικρά παιδιά αντιλαμβάνονται διφορούμενες λέξεις, λέξεις δηλαδή που τους είναι άλλοτε περισσότερο οικείες με την καθημερινή τους σημασία και άλλοτε με τη μαθηματική. Γενικά, διαπιστώνονται σημαντικές δυσκολίες των παιδιών να αναγνωρίσουν τόσο την καθημερινή όσο και τη μαθηματική ερμηνεία διφορούμενων λέξεων, εύρημα που συμφωνεί απόλυτα με προηγούμενες έρευνες όχι όμως στην ελληνική γλώσσα (Donaldson, 1991. Durkin, & Shire, 1991. Lansdell, 1999). Ηλικιακές διαφορές επισημαίνονται με τα παιδιά της Ε' Δημοτικού να είναι περισσότερο άνετα να διακρίνουν τις δύο ερμηνείες και να τις χρησιμοποιήσουν σωστά σε σχέση με τα παιδιά της Β' Δημοτικού.

Πιο συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα των δύο ερευνών που πραγματοποιήθηκαν ανέδειξαν δύο σημαντικά στοιχεία. Πρώτον, όπως βρέθηκε στο πρώτο πείραμα, τα παιδιά δεν χρησιμοποιούν τη μαθηματική και καθημερινή γλώσσα με τον ίδιο τρόπο και την ίδια ευελιξία: συχνά όταν σχηματίζουν προτάσεις με διφορούμενες λέξεις στηρίζονται στη μία ερμηνεία αυτών των λέξεων, για παράδειγμα στη μαθηματική (π.χ., «τετράγωνο»). Αυτά τα ευρήματα επιβεβαιώνονται και στο δεύτερο πείραμα, όπου βρέθηκε ότι τα παιδιά κατανοούν τη σωστή ή λανθασμένη χρήση της λέξης καλύτερα σε μία ερμηνεία (π.χ., στη μαθηματική) παρά στην άλλη. Περαιτέρω έρευνα, ωστόσο, χρειάζεται για να εξεταστούν πιθανοί παράγοντες που οδηγούν τα παιδιά στην κατανόηση των λέξεων με το ένα ή το άλλο νόημα.

Δεύτερον, η ερμηνεία της φυσικής καθημερινής ή της μαθηματικής γλώσσας εξαρτάται από το σκοπό ή και τις αναφορές που εμπεριέχονται σε μια φράση (Boero, Douek, & Ferrari, 2002). Τα παιδιά φαίνεται να καταλαβαίνουν ότι μια πρόταση όπως «Το ρολόι του τοίχου έχει κυκλικό σχήμα» εννοεί ότι το σχήμα του ρολογιού δεν είναι, για παράδειγμα, τριγωνικό. Αν πάλι ήταν (π.χ., στην περίπτωση που δεν

αναφερόμασταν στο ρολόι του τοίχου, αλλά στο κομμάτι της πίτσας), τότε η φράση τριγωνικό σχήμα σίγουρα θα ήταν ή πιο κατάλληλη για το σκοπό της επικοινωνίας. Και σε αυτή την περίπτωση τα παιδιά ενδεχομένως καταλαβαίνουν το νόημα της μαθηματικής λέξης. Αυτό επιβεβαιώνεται άλλωστε και από τις πολύ χαμηλότερες επιδόσεις των παιδιών – κυρίως των μικρότερων - στις προτάσεις με λανθασμένη τη μαθηματική σημασία των λέξεων σε σχέση με τις επιδόσεις τους στις προτάσεις με τη σωστή χρήση των λέξεων.

Συμπερασματικά, η γλώσσα των μαθηματικών επιφυλάσσει στο μικρό παιδί πολλές εκπλήξεις που χρειάζονται χρόνο για να αποκτηθούν. Για το σκοπό της μάθησης και της χρήσης της μαθηματικής γλώσσας το παιδί θα αντιμετωπίσει σύνθετες και διαφορούμενες μαθηματικές λέξεις. Ένας από τους κύριους στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης που προκύπτει από αυτά τα ευρήματα θα πρέπει να είναι η διδασκαλία όχι μόνο της καθημερινής ή/και της πιο εξειδικευμένης γλώσσας, αλλά και η ευελιξία στη χρήση τους. Ασφαλώς τα παιδιά μαθαίνουν στο σχολείο λέξεις που αναφέρονται σε νέα μαθηματικά νοήματα, αυτό όμως δεν θα πρέπει να τους εμποδίζει να διαχωρίζουν και τα άλλα νοήματα για τα οποία χρησιμοποιούμε τις ίδιες λέξεις. Χρειάζεται να ενισχυθεί η γλωσσική ανάπτυξη των παιδιών στην μαθηματική εκπαίδευση κυρίως μέσα από μία διαδραστική προσέγγιση (Bauersfeld, 1995. Lansdell, 1999), η οποία θα επιτρέπει από νωρίς να αναλύονται και να επεξηγούνται αδυναμίες και δυσκολίες των παιδιών με τη μαθηματική γλώσσα και τις εφαρμογές της.

Βιβλιογραφία

- Austin, J.L., & Howson, A.G. (1979). Language and mathematical education. *Educational Studies in Mathematics*, 10, 161-197.
- Bauersfeld, H. (1995). 'Language games' in the mathematics classroom: their function and their effects. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (eds.), *The emergence of mathematical meaning*. Hillsdale, New Jersey: LEA.
- Boero, P., Douek, N., & Ferrari, P.L. (2002). Developing mastery of natural language: Approaches to theoretical aspects of mathematics. In L.D. English (ed.), *Handbook of international research mathematics education*. Mahwah: LEA.
- Cocking, R.R., & Mestre, J.P. (1988). *Linguistic and cultural influences on learning mathematics*. Mahwah: LEA.
- Donaldson, M. (1991). *Η σκέψη των παιδιών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Durkin, K., & Shire, B. (1991). Lexical ambiguity in mathematical contexts. In K. Durkin, & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education: research and practice*. Milton Keynes, Open University Press.
- Kerslake, D. (1991). The language of fractions. In K. Durkin, & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education: research and practice*. Milton Keynes, Open University Press.
- Lansdell, J.M. (1999). Introducing young children to mathematical concepts: problems with 'new' terminology. *Educational Studies*, 25 (3), 327-333.
- Patronis, T., & Spanos, D. (1991). On squares, rectangles, rhombuses ... and the influence of culture and language on students' conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 22 (6), 927-935.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematical classrooms*. London: Routledge and Kegan Paul.

- Resnick, L.B. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perlmutter (ed.), *Perspectives on intellectual development: Minnesota Symposia on Child Psychology*, vol. 19, LEA.
- Vygotsky, L. (1993). *Σκέψη και γλώσσα*. Αθήνα: Γνώση.
- ΥΠΕΠΘ (2001). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών*, ΦΕΚ 1376/τεύχ.2^ο, 18-10-2001.