

Η διαμόρφωση μιας κοινότητας μάθησης μέσα από τη διδακτική σύνδεση λογοτεχνίας και μαθηματικών

Δήμητρα Ανέστη Τριαντάφυλλος Α. Τριανταφυλλίδης

ΠΤΔΕ, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

dianest@pre.uth.gr tttriant@uth.gr

Περίληψη

Στο αναλυτικό πρόγραμμα του δημοτικού σχολείου τα μαθηματικά και η παιδική λογοτεχνία θεωρούνται, συνήθως, ως δύο χώροι ξένοι μεταξύ τους. Ο φορμαλισμός και το αδιαμφισβήτητο του ενός χώρου αντιδιαστέλλονται με το φανταστικό και το συναίσθημα του άλλου. Στην εργασία μας παρουσιάζουμε στοιχεία από μια προσπάθεια διδακτικής σύνδεσης των δύο αυτών χώρων μέσα από την περιγραφή παρέμβασης που οργανώσαμε σε δύο τάξεις πρώτης δημοτικού. Η παρέμβαση αυτή αποτελεί μέρος ευρύτερης έρευνας που εντάσσεται το πλαίσιο της εκπόνησης διδακτορικής διατριβής, η οποία ως σκοπό έχει τη διερεύνηση περιοχών ενοποίησης των προγραμμάτων της γλώσσας και των μαθηματικών καθώς και την αναζήτηση των ιδεολογικών αλλαγών, από την πλευρά των εκπαιδευτικών, που θα πρέπει να συνοδεύσουν μια ανάλογη προσπάθεια.

Λέξεις κλειδιά

Παιδική λογοτεχνία, διαθεματικότητα, κοινότητα πρακτικής, χειραπτικό υλικό.

Εισαγωγή

Στα μαθηματικά αποδίδουμε συνήθως αδιαμφισβήτητη αξία και βεβαιότητα, στοιχεία που τα διαχωρίζουν από το εφήμερο, το γήινο, το ανθρώπινο. Ο υποβιβασμός της ανθρώπινης κατάθεσης στην εξέλιξη των μαθηματικών είναι συνδεδεμένος με τον «αυτάρκη» χαρακτήρα των σχολικών αναλυτικών προγραμμάτων των μαθηματικών, όπου απουσιάζει η ουσιαστική σύνδεσή τους με συγκεκριμένα συμφραζόμενα και, επακόλουθα, με άλλα σχολικά μαθήματα (Rotman 1993, Walkerdine 1988).

Βέβαια δεν είναι λίγες οι φορές όπου έχει υπογραμμιστεί η ανάγκη σύνδεσης των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή και με άλλα γνωστικά αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, μα επίσης και μεταξύ των διαφόρων ενοτήτων των μαθηματικών ή ακόμη και της διαδικαστικής και εννοιολογικής κατανόησής τους (βλ. Coxford 1995). Σε ένα σχολείο με έντονο γνωσιοκεντρικό χαρακτήρα όπως είναι αυτό της χώρας μας, η προηγούμενη ανάγκη φαντάζει ακόμη πιο επιτακτική.[1] Ένα αναλυτικό πρόγραμμα όμως, δεν είναι απλά οτιδήποτε διδάσκουμε μέσα στην σχολική τάξη σχετικά με κάποιο συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο. Το αναλυτικό πρόγραμμα «ορίζει» παράλληλα ποια γνώση θα πρέπει να θεωρείται ως έγκυρη, ενώ σχετίζεται άμεσα και με αποδεκτούς τρόπους διδασκαλίας και αξιολόγησης αυτής της γνώσης (Cotton 2001). Εστιάζοντας στις αποδεκτές διδακτικές προσεγγίσεις στα μαθηματικά, οι προσπάθειες συμφιλίωσης των μαθηματικών με τους χώρους άλλων σχολικών μαθημάτων είναι καταδικασμένες σε αποτυχία εάν δεν εκδηλώνουν διάθεση για ενοποίηση και όχι για ενσωμάτωση όπως αυτή εκφράζεται από τη γενικόλογη, μα «έγκυρη», διαπίστωση ότι «τα μαθηματικά είναι παντού».

Η παιδική λογοτεχνία προτείνεται ως ένας τρόπος «αποκατάστασης» του συμφραζόμενου των μαθηματικών εννοιών και ουσιαστικής σύνδεσης δύο παραδοσιακά διαφορετικών σχολικών μαθημάτων (Schiro 1997, Whitin 1995). Στην εργασία μας θα παρουσιάσουμε ορισμένα πρώτα στοιχεία από διδακτική παρέμβαση κατά την οποία επιχειρήσαμε τη διδακτική σύνδεση της λογοτεχνίας και των μαθηματικών σε δύο τάξεις πρώτης δημοτικού. Θα εστιάσουμε την προσοχή μας στο γνωσιακό μέρος της παρέμβασης και κύρια στις αναπαραστάσεις που χρησιμοποίησαν τα παιδιά για να επικοινωνήσουν τις σκέψεις τους, καθώς και σε ορισμένα στοιχεία που σχετίζονται με την κουλτούρα της σχολικής τάξης (Nickson 1992) όπως αυτά διαφοροποιήθηκαν κατά την παρέμβασή μας. Τα παραπάνω στοιχεία αφορούν μέρος έρευνας που πραγματοποιείται στο πλαίσιο της εκπόνησης διδακτορικής διατριβής που ως σκοπό έχει, πέρα από τη διερεύνηση των περιοχών ενοποίησης των προγραμμάτων της γλώσσας και των μαθηματικών στην προσχολική και πρωτοσχολική ηλικία, να αναζητήσει τις ιδεολογικές αλλαγές από την πλευρά των εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που πρέπει να συνοδεύσουν την αποτελεσματική ενοποίηση των δύο αντικειμένων.

Λογοτεχνία, μαθηματικά και η οικοδόμηση της γνώσης

Κοινό ενδιαφέρον της εκπαιδευτικής κοινότητας αποτελεί ο τρόπος με τον οποίο το παιδί κατασκευάζει τη (μαθηματική) γνώση. Ο κονστρουκτιβισμός, στις όποιες του εκφάνσεις, είναι η πλέον διαδεδομένη θεωρία για την κατασκευή της γνώσης (theory of knowing) (O'Connor 1998, vonGlaserfeld 1990). Δανειζόμενοι από τις σκέψεις του Vico (1993) η συνθήκη που καθορίζει το κατά πόσο μπορούμε να γνωρίζουμε πραγματικά κάτι—και διαχωρίζει συνάμα την κατανόηση από την απλή αντίληψή του—δεν είναι άλλη από το να το έχουμε οικοδομήσει εμείς οι ίδιοι. Όπως εύστοχα παρατηρεί η Confrey (1990), μια κονστρουκτιβιστική θεωρία για την κατασκευή της γνώσης έχει—ή θα έπρεπε να έχει—δραματικές επιπτώσεις στη διδακτική πράξη. Οι αντιλήψεις όμως, των εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία και τη μάθηση δεν συμβαδίζουν απαραίτητα με τις τρέχουσες θεωρητικές προτάσεις. Έτσι, οι απόψεις για την κατασκευή της γνώσης από τα ίδια τα παιδιά είναι πολύ περισσότερο διαδεδομένες στους εκπαιδευτικούς από αντίστοιχες απόψεις για τη διδασκαλία (constructivist teaching) (Prawat 1992).

Το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών θεωρείται σε μεγάλο βαθμό από τους εκπαιδευτικούς ως ένα σώμα γνώσεων *a-priori* ορισμένο—ή το ίδιο το σχολικό βιβλίο όπως έχουν τονίσει οι Pimm και Love (1996)—το οποίο μεταδίδεται ή επεξηγείται από έναν έμπειρο ενήλικα. Η μάθηση είναι δουλειά του μαθητή ή της μαθήτριας και καθορίζεται από τις ικανότητες και το κοινωνικό-οικονομικό τους προφίλ (Delandshere & Jones 1999). Μια κονστρουκτιβιστική διδασκαλία όμως, θα καλωσόριζε το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών ως αναδυόμενο από τις συγκεκριμένες εμπειρίες των παιδιών και τις δραστηριότητες με τις οποίες καταπιάνονται μέσα στην τάξη, στην προσπάθειά τους να οικοδομήσουν ισχυρότερες μαθηματικές κατασκευές (Confrey 1990). Σε μια κονστρουκτιβιστική διδασκαλία λοιπόν, ο τρόπος με τον οποίο οργανώνονται οι διαδράσεις μέσα σε μια σχολική τάξη είναι ιδιαίτερης σημασίας. Οι ισχυρές μαθηματικές κατασκευές χαρακτηρίζονται, μεταξύ άλλων, από συνδέσεις μεταξύ πολλαπλών συμφραζόμενων και μορφών αναπαράστασης.

Η παιδική λογοτεχνία προτείνεται ως ένας «φυσικός» τρόπος ενοποίησης ασύνδετων και επικαλυπτόμενων μερών των αναλυτικών προγραμμάτων στο δημοτικό σχολείο (Burns 1992, Schiro 1997). Αν και οι λόγοι για τους οποίους οι εκπαιδευτικοί

επιλέγουν να χρησιμοποιήσουν την παιδική λογοτεχνία στη σχολική τάξη των μαθηματικών ποικίλουν, συνήθως αυτοί πηγάζουν από μια παιδοκεντρική αντίληψη για τη διδασκαλία και τη μάθηση (Cotti & Schiro 2004). Σύμφωνα με αυτή την αντίληψη, οι μαθηματικές εμπειρίες των παιδιών πρέπει να επικεντρώνονται στις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα τους και να προσφέρουν πλούσια διανοητικά, κοινωνικά και συναισθηματικά συμφραζόμενα που να προσκαλούν τη χρήση διαφόρων διδακτικών μεθόδων και χειραπτικών μέσων για την προώθηση της κατασκευής νοημάτων. Επίσης ουσιαστική κρίνεται η δυνατότητα συσχέτισης των μαθηματικών με τις εκτός σχολικής τάξης εμπειρίες των παιδιών για την ενίσχυση της μαθηματικής επικοινωνίας και της επίλυσης προβλημάτων.

Η Φιφή και η Φωφώ: οι φαντασμένες φάλαινες

Στο πλαίσιο του εν λόγω ερευνητικού προγράμματος σχεδιάσαμε και εκπονήσαμε διδακτική παρέμβαση σε δύο τάξεις πρώτης δημοτικού σε κεντρικό σχολείο της πόλης του Βόλου. Στόχος της παρέμβασης ήταν η διερεύνηση της διδακτικής αξιοποίησης της λογοτεχνίας στο μάθημα των μαθηματικών μέσω μιας παιδοκεντρικής αντίληψης για τη διδασκαλία και τη μάθηση. Παράλληλα στόχος μας ήταν η κατάρτιση ενός φακέλου με διδακτικό υλικό που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί μελλοντικά σε επιμορφωτικές συναντήσεις με εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Της διδακτικής παρέμβασης προηγήθηκε επιτόπια παρατήρηση, για την καταγραφή των αναγκών των παιδιών, των ιδιαίτερων εμπειριών και ενδιαφερόντων τους μα και για τον εναρμονισμό της παρέμβασης με τους επιμέρους διδακτικούς στόχους της δασκάλας της κάθε τάξης.

Η παρέμβαση στηρίχθηκε και στις δύο τάξεις στο έργο του Ευγένιου Τριβιζά, Η Φιφή και η Φωφώ: Οι φαντασμένες φάλαινες. Πρόκειται για μια προσπάθεια του συγγραφέα που σκοπό έχει να βοηθήσει τα παιδιά προσχολικής και πρωτοσχολικής ηλικίας να προσεγγίσουν τις έννοιες του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Οι δύο φάλαινες της ιστορίας έχουν επιδοθεί σε έναν αγώνα για το ποια μπορεί να φάει πιο πολύ φαγητό. Ο διαγωνισμός διαρκεί αρκετές μέρες, τα δε γεύματα τους δεν είναι διόλου συνηθισμένα. Περιλαμβάνουν βάρκες με Κινέζους ψαράδες, μπαρμπούνια και κοκοβιούς, καϊκια με ναύτες και μούτσους, πειρατικές σκούνες με πειρατές, πριγκίπισσες και βαρέλια ρούμι. Τα παιδιά καλούνται κατά τη διάρκεια της ιστορίας να απαριθμήσουν τα αντικείμενα που έφαγαν η Φιφή και η Φωφώ ώστε να διαπιστώσουν ποια από τις δύο φάλαινες έφαγε περισσότερο. Μέρα με τη μέρα ο αριθμός των ειδών και των μονάδων από το κάθε είδος αυξάνει, οπότε γίνεται επιβεβλημένη η χρήση της πράξης του πολλαπλασιασμού. Η διαίρεση εμφανίζεται ως ανάγκη μοιράσματος ενός ποσού στις δύο πρωταγωνίστριες της ιστορίας όταν πλέον έχουν αποφασίσει τη συμφιλίωσή τους.

Για τις ανάγκες της παρέμβασης η πρωτότυπη ιστορία διαμορφώθηκε κατάλληλα. Ο διαγωνισμός διήρκεσε τρεις μέρες. «Απλοποιήσαμε» τους αριθμούς ώστε να πλησιάζουν τις εμπειρίες των παιδιών. Παράλληλα ελαττώσαμε τα προς απαρίθμηση είδη της κάθε ενότητας όπως και τον αριθμό των μονάδων του κάθε είδους, καθώς κρίναμε ότι ο μεγάλος αριθμός τους θα δυσχέρανε την πορεία της παρέμβασης (κούραση των παιδιών λόγω επανάληψης, μείωση προσοχής αλλά και ενδιαφέροντος). Μετά τη συμφιλίωση των δύο φαλαινών ακολούθησαν τρεις ακόμη μέρες με προβλήματα διαιρέσεων μερισμού. Στην μια από αυτές τις μέρες τροποποιήσαμε τους αριθμούς των προβλημάτων κατάλληλα ώστε η διαίρεση να είναι ατελής, θέλοντας με αυτόν τον τρόπο να διερευνήσουμε τη διαχείριση των υπολοίπων από τα παιδιά (κλάσμα ως πηλίκιο μερισμού [partitive quotient construct]).

Την αφήγηση, η οποία χωρίστηκε σε δύο ενότητες (πολλαπλασιασμός, διαίρεση) συνοδεύσαμε με παράλληλη επίδειξη εικόνων. Και εδώ είχαμε τροποποιήσει την πρωτότυπη εικονογράφηση, ώστε τα είδη και ο αριθμός τους σε κάθε μια από αυτές να συμβαδίζουν με εκείνα της τροποποιημένης ιστορίας.

Η διδακτική παρέμβαση διήρκεσε τρεις διδακτικές ώρες. Τα παιδιά συμμετείχαν στις δραστηριότητες δουλεύοντας σε ζευγάρια. Κάθε ζευγάρι είχε στη διάθεσή του χειραπτικό υλικό (σφηνοτουβλάκια, ψηφίδες) και ποτηράκια που έπαιζαν το ρόλο των δύο φαλαινών. Κάθε ζευγάρι είχε ένα φύλλο καταγραφής όπου τα παιδιά σημείωναν τη δουλειά και τις απαντήσεις τους. Την οργάνωση της τάξης κατά τη διάρκεια της παρέμβασης ανέλαβε η πρώτη συγγραφέας της παρούσης εργασίας, ενώ στην τάξη παρευρίσκονταν άλλοι τρεις ερευνητές οι οποίοι συμμετείχαν υποβάλλοντας ερωτήσεις, μοιράζοντας το έντυπο και το χειραπτικό υλικό και συλλέγοντας πληροφορίες από τη δουλειά των παιδιών. Η διδακτική παρέμβαση βιντεοσκοπήθηκε ενώ ηχογραφήθηκαν και οι συνομιλίες των ερευνητών με τα ζευγάρια.

Πολλαπλασιασμός, διαίρεση και η έννοια του κλάσματος

Με το τέλος της αφήγησης τα παιδιά βιάστηκαν να δώσουν μια απάντηση που δικαιολόγησαν δίνοντας επιχειρήματα του τύπου «αφού φαίνεται». Ακολούθως τα παιδιά δούλεψαν σε ζευγάρια υπολογίζοντας για κάθε μια από τις μέρες τι είχε φάει η κάθε φάλαινα. Παράλληλα με τους υπολογισμούς για την κάθε μέρα προβάλλαμε και την αντίστοιχη εικόνα. Αξιοσημείωτο είναι ότι τα παιδιά όχι μόνο θυμόντουσαν αρκετά στοιχεία της ιστορίας αλλά και τον αριθμό των αντικειμένων του κάθε είδους που είχε φάει η κάθε φάλαινα. Στο ξεκίνημα της διαδικασίας υπολογισμού τα παιδιά επέλεξαν να απαντήσουν και πάλι «διαισθητικά» δίχως να μπορούν να υποστηρίξουν την επιλογή τους.

Ο πλέον προσφιλής τρόπος απαρίθμησης ήταν αυτός με τα δάχτυλα: «Μετράμε με το χέρι». Η δασκάλα σε αυτό το σημείο προέτρεψε τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν το χειραπτικό υλικό που τους είχαμε μοιράσει. Προτρέπει με αυτόν τον τρόπο το πέρασμα από τον προφορικό ή νοερό τρόπο αναπαράστασης του προβλήματος στον χειραπτικό και συμβολικό, υπογραμμίζοντας ότι έπρεπε να σημειώνουν τη δουλειά τους στα φύλλα καταγραφής. Σε αυτή την φάση ήταν εμφανής η αντίσταση των παιδιών να χρησιμοποιήσουν το χειραπτικό υλικό, καταφεύγοντας στη χρήση των δακτύλων ή σε απομνημονευμένα βασικά δεδομένα πρόσθεσης.

Πιο συγκεκριμένα, την πρώτη μέρα η Φωφώ είχε φάει 2 βάρκες που η κάθε μια είχε 4 Κινέζους ψαράδες, 5 μπαρμπούνια και 6 κοκοβιούς. Στην ερώτηση λοιπόν πόσα μπαρμπούνια έφαγε συνολικά η Φωφώ, όλα τα παιδιά, αφού απαρίθμησαν τα μπαρμπούνια που είχε η κάθε βάρκα, χρησιμοποίησαν επαναλαμβανόμενη πρόσθεση (repeated addition, Mulligan & Mitchelmore 1997) για να βρουν το αποτέλεσμα: «Πέντε και πέντε, δηλαδή δέκα.» Ήταν μεμονωμένες οι περιπτώσεις των παιδιών που εργάστηκαν με απευθείας απαρίθμηση των αντικειμένων και στις δυο βάρκες. Με παρόμοιο τρόπο εργάστηκαν σε όλα τα προβλήματα που αφορούσαν την πρώτη μέρα, μιας και όλα απαιτούσαν τον διπλασιασμό μιας ποσότητας.

Αν και η τάξη είχε ασχοληθεί με την πράξη του πολλαπλασιασμού ως *α φορές το β* (πολλαπλασιαστική δομή), ο πολλαπλασιασμός με αυτή την έννοια δεν παρουσιάστηκε αυθόρμητα:

Ερευνήτρια: [προς όλη την τάξη] Τελικά παιδιά το δώδεκα βγαίνει και αλλιώς; Με μια πράξη που μάθατε τελευταία... Με το φορές... τον πολλαπλασιασμό και όχι μόνο με την πρόσθεση;

Ενώ τα παιδιά απάντησαν θετικά στην προηγούμενη ερώτηση, μόνο δύο από αυτά επέδειξαν ευχέρεια στον χειρισμό της πολλαπλασιαστικής δομής της πράξης στον υπολογισμό του αριθμού των υπόλοιπων αντικειμένων που έφαγε η κάθε φάλαινα.

Οι στρατηγικές που ακολούθησαν τα παιδιά για τον υπολογισμό των αντικειμένων για τη δεύτερη και την τρίτη ημέρα ήταν διαφοροποιημένες, μιας και οι υπολογισμοί ήταν πιο πολύπλοκοι. Για παράδειγμα, την τρίτη ημέρα η Φωφώ έφαγε 4 πειρατικές σκούνες, η κάθε μια από τις οποίες περιείχε 4 πειρατές, 5 πριγκίπισσες και 6 βαρέλια ρούμι. Στον επόμενο διάλογο παρουσιάζεται ένας αντιπροσωπευτικός τρόπος προσέγγισης και υπολογισμού του τελικού ποσού από τα παιδιά:

Ερευνήτρια: [συζήτηση σε ομάδα] Η μία σκούνα έχει 4 πειρατές, οι 4 σκούνες πόσους πειρατές θα έχουν;

Παιδί 1: Οι δύο σκούνες έχουν 8, οι τέσσερις έχουν 9, 10, 11,..., 16. [μετρά με τα δάχτυλα]

Ερευνήτρια: Ωραία! Η μία σκούνα έχει 6 βαρέλια ρούμι, οι τέσσερις πόσα θα έχουν;

Παιδί 1: Έξι και έξι κάνει 12 και άλλα 6...

Παιδί 2: 15. [πετάγεται το άλλο παιδί του ζευγαριού]

Παιδί 1: Όχι! Όχι 15!

Ερευνήτρια: Για κάντε το με τα κυβάρια και τα ποτηράκια.

[Τα μετρούν ένα ένα με τα δάχτυλα. Τα βρίσκουν 18.]

Ερευνήτρια: Έχουμε όμως και άλλα 6.

Παιδί 1: 24! [το παιδί απαντά αμέσως]

Εδώ παρατηρούμε μια παραλλαγή της στρατηγικής της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης. Τα παιδιά διπλασιάζουν και συνεχίζουν απαριθμώντας ένα ένα ό,τι έχει απομείνει (Neuman 1999). Η ίδια στρατηγική εμφανίστηκε σε όλα τα προβλήματα όπου ο πολλαπλασιαστής ήταν άλλος από το 2. Και σε αυτές τις καταστάσεις τα παιδιά προτίμησαν να αναζητήσουν βοήθεια από τον πιο οικείο για αυτά τρόπο αναπαράστασης, τα δάχτυλα. Παρότι είχαν σχηματίσει τις εξάδες με το χειραπτικό υλικό δεν χρησιμοποίησαν στρατηγικές που παραπέμπουν στον πολλαπλασιασμό ως α φορές το β.

Αφού οι δύο φάλαινες αντιλήφθηκαν ότι είναι μάταιο να μαλώνουν και αποφάσισαν να συμφιλιωθούν, στα επόμενα τρία επεισόδια τα παιδιά πρέπει να βοηθήσουν τις φάλαινες να μοιράσουν δίκαια την τροφή τους. Την πρώτη ημέρα είχαν να μοιράσουν 6 γοργόνες:

Ερευνήτρια: [προς όλη την τάξη] Ας ξεκινήσουμε λοιπόν από την πρώτη εικόνα. Πόσες ήταν οι γοργόνες;

Παιδί 1: Έξι.

Ερευνήτρια: Πώς λοιπόν θα τις μοιράσουμε;

Παιδί 1: [αμέσως] Από τρία!

Ερευνήτρια: Γιατί; Πώς...;

Παιδί 1: Γιατί τρία και τρία κάνουν έξι.

Παιδί 2: Γιατί έξι έξω τρία κάνει τρία.

Τη δεύτερη ημέρα είχαν να μοιράσουν 8 υπόκαμπους:

Ερευνήτρια: [προς όλη την τάξη] Πώς θα μοιράσουμε τους υπόκαμπους;

Παιδί 1: Θα πάρουν από μισούς!

Ερευνήτρια: «Εσύ τους τρεις και εγώ τους 5, λέει η Φιφή». [η δασκάλα επιστρέφει στην αφήγηση] Σωστά;

Τάξη: Όοοχι!

Παιδί 1: Τέσσερις η μία και τέσσερις η άλλη.

Ερευνήτρια: Πώς το σκέφθηκες;

Παιδί 1: Γιατί τέσσερα και τέσσερα κάνει οκτώ.

Παιδί 2: Αν βγάλουμε από τα οκτώ τα τέσσερα θα μας μείνουν τέσσερα!

Η άνεση των παιδιών με τα βασικά δεδομένα πρόσθεσης και αφαίρεσης στην πρώτη δεκάδα τα οδήγησε γρήγορα σε στρατηγικές επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης και επαναλαμβανόμενης αφαίρεσης (repeated addition και repeated subtraction, Mulligan & Mitchelmore 1997), αν και δεν είχαν επίσημα διδαχθεί την πράξη της διαίρεσης. Αυτό βέβαια δεν θα πρέπει να μας ξαφνιάσει μιας και παρόμοια προβλήματα μπορούν να αντιμετωπιστούν με επιτυχία και από παιδιά προσχολικής ηλικίας (Davis & Pitkethly 1990, Hunting & Sharpley 1988, Pepper & Hunting 1998). Τα παιδιά αντιμετώπισαν την πράξη της διαίρεσης ως διαδικασία μερισμού (partitive division), αφού αυτό άλλωστε απαιτούσε και το πρόβλημα, μα εργάστηκαν με στρατηγικές που παραπέμπουν στην διαίρεση ως διαδικασία μέτρησης (quotitive division). Παρατηρούμε λοιπόν ότι όπως έχει επισημάνει και η Neuman (1999), οι δύο έννοιες της διαίρεσης είναι αλληλένδετες για τα παιδιά, αφού συνηθίζουν να προσεγγίζουν και διαιρέσεις μερισμού ως «πόσες φορές χωράει...». Τα παιδιά στα φύλλα καταγραφής δεν ασχολήθηκαν καθόλου με αναπαραστάσεις της στρατηγικής τους όπως και δεν χρησιμοποίησαν το χειραπτικό υλικό. Απλά σημείωσαν το αποτέλεσμα της μοιρασιάς για την κάθε φάλαινα ή έγραψαν $4 + 4 = 8$ ή $8 - 4 = 4$.

Στην τρίτη ημέρα ωστόσο τα παιδιά είχαν να μοιράσουν εννέα σημαδούρες στις δύο φάλαινες. Με άλλα λόγια το πρόβλημα απαιτούσε διαίρεση με υπόλοιπο και διαχείριση του υπολοίπου. Το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών για το δημοτικό σχολείο στη χώρα μας «προστατεύει» τα παιδιά από ατελείς διαιρέσεις μέχρι το τέλος της τρίτης τάξης, όπου τα παιδιά δουλεύουν επίσης και με απλές κλασματικές μονάδες κύρια μέσα από τη δομή «μέρος ενός όλου». Η καθυστερημένη επαφή των παιδιών με την έννοια του κλάσματος και ο περιορισμός της διδασκαλίας τους στη δομή «μέρος ενός όλου» προτείνεται ως ένας λόγος για την περιορισμένη κατανόηση των κλασματικών εννοιών από τα παιδιά και τη συχνή καταφυγή σε μνημονικούς κανόνες (Charles & Nason 2000). Αν και οι ερευνητές δεν συμφωνούν για το κατά πόσο η τυπική διδασκαλία των κλασμάτων πρέπει να ξεκινά από την πρώτη τάξη, εκεί όπου ομοφωνούν είναι στην ανάγκη παροχής εμπειριών στα παιδιά που θα τα βοηθήσουν να απεγκλωβιστούν από τους φυσικούς αριθμούς (βλ. Watanabe 2001).

Η επιλογή του επεισοδίου με τις 9 σημαδούρες έγινε λοιπόν, θέλοντας να διερευνήσουμε τους προηγούμενους προβληματισμούς. Ένας επιπλέον λόγος συνηγόρησε επίσης σε αυτή μας την επιλογή. Ήταν επιθυμία μας να εργαστούν τα παιδιά σε ένα πρόβλημα που δεν ήταν κοντά στις μαθηματικές εμπειρίες που είχαν αποκτήσει μέσα στη σχολική τάξη. Για να μοιράσουν το υπόλοιπο τα παιδιά έπρεπε

ουσιαστικά να συνθέσουν ήδη οικείες έννοιες, γνώσεις βασικών δεδομένων και αναπαραστάσεις:

Ερευνήτρια: [συζήτηση σε ομάδα] Πώς θα μοιράσουμε τώρα τις εννέα σημαδούρες;

Παιδί 1: Τότε θα φάνε εννέα και εννέα! [απαντά βιαστικά]

Παιδί 2: Πέντε και τέσσερα κάνουν εννέα!

Ερευνήτρια: Τότε όμως δεν τρώνε το ίδιο.

Παιδί 2: Να φάνε τέσσερα και τέσσερα και από το ένα που περισσεύει η μία θα πάρει το μισό και η άλλη το άλλο μισό.

Ερευνήτρια: Πώς όμως θα μοιράσουμε αυτή τη σημαδούρα ακριβώς στη μέση; Ας δοκιμάσουμε να το κάνουμε με κυβάκια.

Τα παιδιά φάνηκε ότι συνδέουν την έννοια «μισό» με μια δίκαιη μοιρασιά. Δεν μπορούσαν όμως να το αναπαραστήσουν. Ενδιαφέρον παρουσίασε το γεγονός ότι σε αυτό το επεισόδιο τα παιδιά αναζήτησαν βοήθεια από το χειραπτικό υλικό. Έτσι, επεκτείνοντας τις στρατηγικές που είχαν για τους φυσικούς αριθμούς και τις τέλειες διαιρέσεις, τα παιδιά μοιράζουν τα 8 κυβάκια στις δύο φάλαινες είτε ένα στη μια, ένα στην άλλη (distributive counting, Pepper & Hunting 1998) είτε τέσσερα τέσσερα (dealing in chunks, Neuman 1999). Ακολούθως έπρεπε να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα του πώς να μοιράσουν το κυβάκι που περίσσευε. Στις συζητήσεις μας στα ζευγάρια πήραμε πολλές απαντήσεις του τύπου: «να την φάνε αργότερα», «να την φάει όποια πεινάει πιο πολύ», «να τους δώσουμε άλλη μία και να φάνε από μία», ή «να μην την φάει καμιά». Αυτές οι απαντήσεις δηλώνουν ότι τα παιδιά αρχικά δεν αντιμετώπισαν την ποσότητα από σημαδούρες ως δεδομένη (Empson 1999, Hunting & Sharples 1988). Όταν επισημάναμε ότι ούτε μπορούμε να ζητήσουμε άλλη μια σημαδούρα, μα ούτε και να αφήσουμε τη μια από τις εννέα, αρχίσαμε να παίρνουμε απαντήσεις του τύπου: «να δαγκώσει η μια λίγο και να την δώσει στην άλλη», «να την κόψουν σε κομματάκια και να τα μοιράσουν», «να την κόψουν στη μέση». Αυτές τις προτάσεις τις συνόδευαν και με κινήσεις με την παλάμη τους θέλοντας να δείξουν πώς θα έκοβαν το τελευταίο κυβάκι. Στις περισσότερες ομάδες τα παιδιά τοποθέτησαν το τελευταίο κυβάκι πάνω στην γραμμή που χώριζε την περιοχή της Φιφής από εκείνη της Φωφώς. Σε δύο ομάδες, αφού τοποθέτησαν τέσσερα κυβάκια σε δύο ποτηράκια ισορρόπησαν το ένατο κυβάκι ανάμεσα στο δύο ποτηράκια (βλ. Σχήμα 1).



Σχήμα 1: Αναπαραστάσεις της λύσης με χρήση χειραπτικού υλικού.

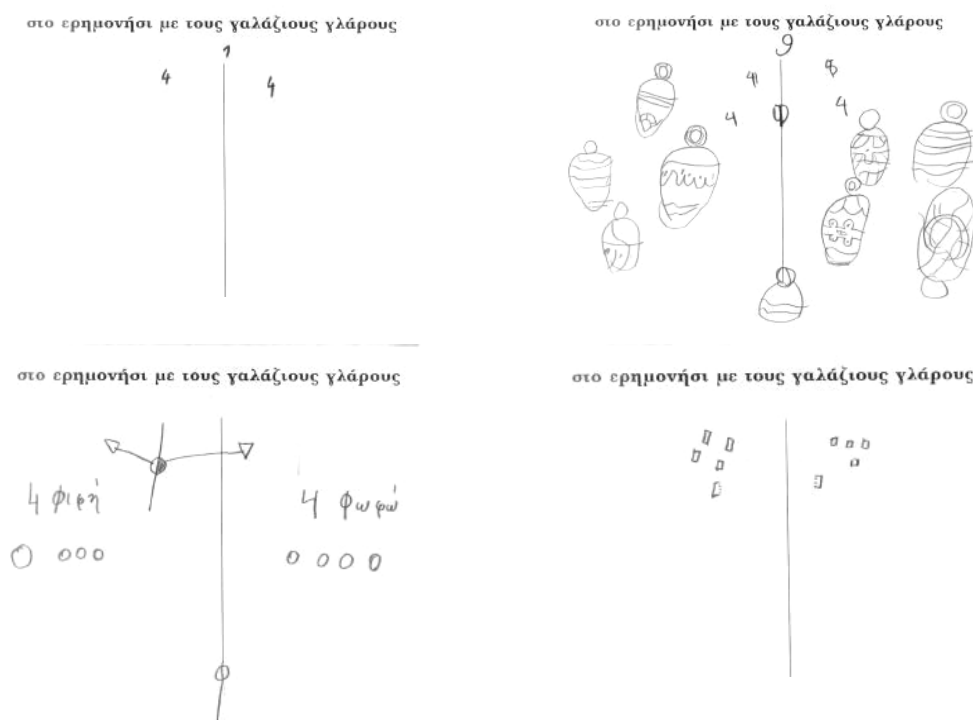
Για να βοηθήσουμε τα παιδιά στην αναζήτηση τρόπων σχηματογραφικής αναπαράστασης της λύσης του προβλήματος, και επομένως προς την έννοια του κλάσματος, ένας ερευνητής ρώτησε:

Ερευνητής: [προς όλη την τάξη] Τι θα πει να μοιραστεί το τελευταίο; Τι καταλαβαίνετε εσείς; Πώς θα το σχεδιάσουμε... πώς θα το ζωγραφίσουμε;

Παιδί: Να το κόψουμε για να το μοιράσουμε!

Ερευνητής: Αν το κόψω... πώς μπορώ να το ζωγραφίσω;

Από το χειραπτικό υλικό τα παιδιά πέρασαν σε αναπαραστάσεις στα φύλλα καταγραφής, προσπαθώντας να παρουσιάσουν τη σκέψη τους. Στην επόμενη εικόνα παραθέτουμε χαρακτηριστικά παραδείγματα από τις διαφορετικές κατηγορίες προσεγγίσεων. Τα παιδιά προσπάθησαν να αναπαραστήσουν το μοίρασμα του τελευταίου κομματιού είτε αμιγώς σχηματικά είτε συνδυάζοντας συμβολικούς και σχηματικούς τρόπους αναπαράστασης.



Εικόνα 1: Γραφικές αναπαραστάσεις του μοιράσματος της ένατης σημαδούρας.

Αντί επιλόγου: μάθηση ως συμμετοχή σε μια κοινότητα πρακτικής

Η παρέμβαση ολοκληρώθηκε ζητώντας από τα παιδιά να εκφράσουν ελεύθερα τις σκέψεις τους ζωγραφίζοντας και δημιουργώντας μια δικιά τους ιστορία με αφορμή από τις περιπέτειες της Φιφής και της Φωφώς. Καθ' όλη τη διάρκεια της παρέμβασης οι ερευνητές έκαναν συχνές αναφορές σε άγνωστες λέξεις και έννοιες και σε υποδείγματα ευγενικής κοινωνικής συμπεριφοράς. Με άλλα λόγια η παιδική λογοτεχνία λειτούργησε ενοποιητικά, ακολουθώντας τις επιταγές μιας παιδοκεντρικής διδασκαλίας (child study position) και κοινωνικής κριτικής (social reconstruction position), αποφεύγοντας την επιστράτευση της για την εξάσκηση και μόνο του περιεχομένου του αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών (scholar academic position, social efficiency position) (Cotti & Schiro 2004).

Η παιδική λογοτεχνία δεν επιλέγεται από ανάγκη, ως ένας οικολογικός τρόπος προσέγγισης των παιδιών μέσω της ταύτισής της με τις εξωσχολικές εμπειρίες των παιδιών. Αντίθετα, προσφέρει ευκαιρίες σύνδεσης των μαθηματικών με το φανταστικό και πλαισίωσής των προβλημάτων με συμφραζόμενα πλούσια σε νόημα και σημεία (signs). Το διαθέσιμο κατά την παρέμβαση χειραπτικό υλικό λειτούργησε καταλυτικά ως μεσολαβητικό εργαλείο (mediating tool). Τα παιδιά επέλεξαν να το χρησιμοποιήσουν εκεί όπου πραγματικά τους ήταν αναγκαίο. Το χρησιμοποίησαν ως μέσο έκφρασης της σκέψης τους, συζήτησης και συλλογής εμπειριών που τα οδήγησαν σε γραφικές αναπαραστάσεις της λύσης του προβλήματος και επομένως σε κατανοήσεις που σχετίζονταν με το μέγεθος των δύο κομματιών του όλου.

Η σχέση όμως των παιδιών με το χειραπτικό υλικό εξαρτάται από τη συμμετοχή τους στις πρακτικές δραστηριότητες στις οποίες είναι ενσωματωμένο το υλικό (Meira 1998). Το φυσικό και το κοινωνικό συμφραζόμενο αναδύονται ως ρυθμιστικοί παράγοντες του τι τελικά μαθαίνεται σε μια σχολική τάξη μαθηματικών. Με άλλα λόγια, καταλυτικό παράγοντα μάθησης αποτελεί η συμμετοχή σε μια κοινότητα πρακτικής (community of practice) η οποία προσφέρει, ταυτόχρονα, το φυσικό και κοινωνικό συμφραζόμενο (context) και το περιεχόμενο (content) της μάθησης. Η έννοια της κοινότητας πρακτικής συλλαμβάνει τη σημασία της δραστηριότητας στη ζύμωση ατόμων σε ομάδες και των ομάδων στη νομιμοποίηση και αναγνώριση των ατομικών πρακτικών (Lave & Wenger 1991, Wenger 1998).

Επομένως, η επιστημολογική θεώρηση (ενοποιητική σχέση λογοτεχνίας και μαθηματικών) και η διδακτική πρακτική (δραστηριότητες με ουσιαστικό κοινωνικό συμφραζόμενο, χρήση μεσολαβητικών εργαλείων) της παρέμβασης μας, μπορούν να βοηθήσουν στην εξέλιξη, αφενός, των μαθηματικών εμπειριών των παιδιών και, αφετέρου, της ταυτότητας τους ως μέλη μιας κοινότητας μάθησης. Με αυτό τον τρόπο τα σχολικά προγράμματα, ενδεχομένως, δεν θα αποτελούν μια συρραφή από ανταγωνιζόμενες σπουδές ή επικαλυπτόμενους σκοπούς.

Σημειώσεις

[1]: Το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών και Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης του 2001, ήταν μια προσπάθεια απομάκρυνσης από το ορθολογιστικό μοντέλο εκπαίδευσης το οποίο κατευθύνει την επιδίωξη της μελέτης απλά και μόνον στην προσήλωση σε ένα αντικείμενο.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Burns, M. (1992). *Math and Literature (K-3)*. Sausalito, CA: Math Solutions.
- Charles, K. & Nason, R. (2000). Young children's partitioning strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 43: 191-221.
- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, Vol. 4, Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics* (107-122).
- Cotti, R. & Schiro, M. (2004). Connecting teacher beliefs to the use of children's literature in the teaching of mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7: 329-356.
- Cotton, T. (2001). Mathematics teaching in the real world. In Peter Gates (Ed.). *Issues in Mathematics Teaching* (23-37). New York, NY: Routledge.
- Coxford, A. F. (1995). The case for connections. In A. F. Coxford (Ed.). *Connecting Mathematics Across the Curriculum (3-12)*. Reston, VA: NCTM.
- Davis, G. E. & Pitkethly, A. (1990). Cognitive aspects of sharing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2): 145-153.
- Delandshere, G. & Jones, J. H. (1999). Elementary teachers' beliefs about assessment in mathematics: A case of assessment paralysis. *Journal for Curriculum and Supervision*, 14(3): 216-240.
- Empson, S. B. (1999). Equal sharing and shared meaning: The development of fraction concepts in a first-grade classroom. *Cognition and Instruction*, 17(3): 283-342.

- Hunting, R. P. & Sharpley, C. F. (1988). Fraction knowledge in preschool children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(2): 175-180.
- Kirshner, D. & Whitson J. A. (1997). *Situated Cognition: Social, Semiotic, and Psychological Perspectives*. Mahwah, NJ: LEA, Inc. Publs.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. New York, NY: Oxford University Press.
- Meira, L. (1998). Making sense of instructional devices: The emergence of transparency in mathematical activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2): 121-142.
- Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3):309-330.
- Neuman, D. (1999). Early learning and awareness of division: A phenomenographic approach. *Educational Studies in Mathematics*, 40: 101-128.
- Nickson, M. (1992). The culture of the mathematics Classroom. In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (101-114). Reston, VA: NCTM.
- O'Connor, M. C. (1998). Can we trace the efficacy of "social constructivism"? *Review of Research in Education*, 23: 25-71.
- Pepper, K. L. & Hunting, R. P. (1998). Preschoolers' counting and sharing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2): 164-183.
- Pimm, D. & Love, E. (1996). ' "This is so": a text on texts'. In A. Bishop (1996) et al. (Ed.). *International Handbook of Mathematics Education* (371-409). Dordrecht, Holland: Kluwer.
- Prawat, R. S. (1992). Teachers' beliefs about teaching and learning: A constructivist perspective. *American Journal of Education*, 100(3): 354-395.
- Rotman, B. (1993). *Ad Infinitum: The Ghost In Turing's Machine - Taking the God Out of Mathematics and Putting the Body Back In*. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Schiro, M. (1997). *Integrating Children's Literature and Mathematics in the Classroom*. New York, NY: Teacher's College Press.
- Vico, G. (1993). *On Humanistic Education: Six Inaugural Orations, 1699-1707* (Arthur W. Shippee, Trans.). Ithaca: Cornell University Press.
- von Glaserfeld, E. (1990). An exposition of constructivism: Why some like it radical. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, Vol. 4*, Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics (19-29).
- Walkerdine, V. (1988). *The Mastery of Reason: Cognitive Development and the Production of Rationality*. London: Routledge.
- Watanabe, T. (2001). Let's eliminate fractions from primary curricula. *Teaching Children Mathematics*, 8(2): 70-72.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning and Identity*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Whitin, D. & Wilde, S. (1995). *It's the Story That Counts*. Portsmouth, NH: Heinemann.