

# Επιχειρήματα μελλοντικών δασκάλων σε καταστάσεις που αναφέρονται στην έννοια του όγκου

Κώστας Τσελεπίδης\*, Βάσω Σπηλιωτοπούλου\*\*, Δέσποινα Πόταρη\*

\*Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Πατρών,

\*\*Γενικό Τμήμα Παιδαγωγικών Μαθημάτων, Ανώτατη Σχολή

Παιδαγωγικής και Τεχνολογικής Εκπαίδευσης – Παράρτημα Πατρών,

[ktselepidis@yahoo.gr](mailto:ktselepidis@yahoo.gr), [spiliot@otenet.gr](mailto:spiliot@otenet.gr), [potari@upatras.gr](mailto:potari@upatras.gr)

## Περίληψη

Στην εργασία αυτή αναλύονται τα επιχειρήματα που αναπτύσσουν φοιτητές ΠΤΔΕ σε δύο ερωτήματα που τους τέθηκαν και αφορούσαν στην έννοια του όγκου. Η ανάλυση των επιχειρημάτων γίνεται με βάση το θεωρητικό μοντέλο του Toulmin και οδηγεί στη διαμόρφωση ενός συστημικού δικτύου το οποίο περιγράφει τα επιχειρήματα τόσο ως προς την ολότητα τους όσο και ως προς τα συστατικά τους στοιχεία. Το περιεχόμενο των συλλογισμών, οι εγγυήσεις και τα υποστηρίγματα που προκύπτουν από την ανάλυση φανερώνουν από τη μια μεριά τις πλευρές της έννοιας του όγκου που χειρίζονται οι φοιτητές και από την άλλη το είδος της γνώσης (αξιωματικές εκφράσεις, ορισμοί, μαθηματικές σχέσεις, πειραματικές διαδικασίες) που εμπλέκουν στη διαδικασία αιτιολόγησης των συμπερασμάτων τους. Η έρευνα δείχνει ότι τόσο τα εννοιολογικά εργαλεία όσο και οι επεξηγήσεις που δίνουν είναι μονοδιάστατες χωρίς να φαίνεται να κάνουν συνδέσεις οι οποίες οδηγούν σε μια ουσιώδη επιχειρηματολογία.

## Λέξεις κλειδιά

Αντιλήψεις φοιτητών, Επιχειρήματα, Έννοια του όγκου, Εκπαίδευση μελλοντικών εκπαιδευτικών

## Εισαγωγή

Η εκπαίδευση των μελλοντικών εκπαιδευτικών έχει αναγνωρισθεί τα τελευταία χρόνια ως μια πολύ σημαντική παράμετρος για τις αλλαγές σχολικών αναλυτικών προγραμμάτων και διδακτικών προσεγγίσεων που προκύπτουν ως αναγκαίες στην εκπαιδευτική πραγματικότητα σήμερα (Smith, 2000). Ο συνδυασμός ερευνητικών δεδομένων με τις διδακτικές πρακτικές καθώς και των θεωρητικών στοιχείων των προγραμμάτων εκπαίδευσης με τη σχολική πραγματικότητα φαίνεται να μη έχει επιτευχθεί και προσπάθειες καταβάλλονται για την επίτευξη της απαιτούμενης ισορροπίας σε πολλές χώρες (Mitchell et al., 2003). Σημαντικό στοιχείο στις προσπάθειες σύνδεσης της θεωρίας με την πρακτική αποτελεί η ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης του εκπαιδευτικού. Η γνώση αυτή δεν εκφράζεται μέσα από μια συσσώρευση πληροφοριών αλλά χρειάζεται να έχει μια δυναμική και ευέλικτη φύση, η οποία θα μπορεί να υποστηρίξει την ευελιξία και την προσαρμοστικότητα των εκπαιδευτικών στο συγκεκριμένο πλαίσιο της διδασκαλίας στην τάξη (Ma, 1999). Επιπλέον ένας αριθμός ερευνητών βλέπει αυτή τη γνώση να μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πράξη και να υποστηρίξει τη σύνδεση συλλογισμού και γνώσης με τις διδακτικές ενέργειες (Lampert, 1998, Ball & Bass, 2000). Στην παρούσα εργασία επικεντρωνόμαστε σε έννοιες και επιχειρήματα που χρησιμοποιούν οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί στην προσπάθειά τους να εξηγήσουν δύο προβλήματα που αναφέρονται στην έννοια του όγκου. Η φύση της έννοιας του όγκου απαιτεί ευελιξία

σκέψης, καθώς ο μελλοντικός εκπαιδευτικός χρειάζεται αφ' ενός μεν να συνδέσει, αφ' ετέρου δε να διαφοροποιήσει την έννοια του όγκου από άλλες έννοιες με τις οποίες σχετίζεται (Potari & Spiliotopoulou, 1994). Επιπλέον, η μελέτη των επιχειρημάτων των φοιτητών μας δείχνουν την ποιότητα του συλλογισμού που αναπτύσσουν στην προσπάθεια τους να υποστηρίξουν μια άποψη τους. Η ανάπτυξη δε της ικανότητας επεξήγησης και αιτιολόγησης μιας μαθηματικής ιδέας αποτελεί ένα βασικό στόχο σε όλα τα επίπεδα μαθηματικής εκπαίδευσης και αποτελεί ένα σύγχρονο ερευνητικό προβληματισμό (Yackel & Hanna, 2003).

## **Το ερευνητικό πλαίσιο**

### **Η φιλοσοφία της πρακτικής άσκησης**

Οι παραπάνω οπτικές χαρακτηρίζουν τις δραστηριότητες της Πρακτικής Άσκησης στη Διδασκαλία των Μαθηματικών, η οποία είναι υποχρεωτική για τους τριτοετείς φοιτητές και γίνεται παράλληλα με το μάθημα της Διδακτικής των Μαθηματικών. Και τα δυο μαζί έχουν ως στόχο οι φοιτητές να κατανοήσουν πως τα παιδιά κατανοούν διάφορες μαθηματικές έννοιες καθώς και να μπορέσουν να σχεδιάσουν τέτοιες προσεγγίσεις που να ενθαρρύνουν τη μαθηματική ανάπτυξη των παιδιών. Στο μάθημα δίνεται έμφαση στην απόκτηση μιας ερευνητικής στάσης στη διδασκαλία των μαθηματικών όπου η έρευνα δρα ως ένα χρήσιμο εργαλείο στην επαγγελματική τους ανάπτυξη. Η μαθηματική γνώση αλληλεπιδρά με την παιδαγωγική (Shulman, 1987, Cooney, 1999) μέσα από την οργάνωση και εννοιολογική ανάλυση διδακτικών καταστάσεων. Πιο συγκεκριμένα, οι φοιτητές έρχονται σε επαφή με ανοικτές δραστηριότητες, με καταστάσεις που έχουν διεπιστημονικό χαρακτήρα, με την αξιοποίηση πολλαπλών αναπαραστάσεων. Η εμπλοκή τους γίνεται από τη μια μεριά ως μαθητών που αντιμετωπίζουν μια παρόμοια κατάσταση και από την άλλη ως δασκάλων που σχεδιάζουν καταστάσεις με παρόμοια φιλοσοφία για τους μαθητές τους (Spiliotopoulou & Potari, 2002). Τις καταστάσεις αυτές τις δοκιμάζουν με τους μαθητές στο σχολείο στο πλαίσιο της σχολικής εμπειρίας και συζητούν με τον συνοδό τους θέματα που προκύπτουν από τις εμπειρίες τους με στόχο την ανταλλαγή ιδεών και την ανάπτυξη προβληματισμού για πιθανές αλλαγές.

### **Το εργαστήριο για τον όγκο**

Στο εργαστήριο αυτό συζητείται με τους φοιτητές η σημασία της διερεύνησης των αντιλήψεων των μαθητών και του γεγονότος ότι οι ίδιες οι έννοιες έχουν συχνά πολλαπλές σημασίες και διάφορες διαστάσεις, όπως η έννοια του όγκου (Klopfer, Champagne & Chaiklin, 1992). Παραδείγματα ερευνητικών έργων, καθώς και καταγεγραμμένων αντιλήψεων των μαθητών για τον όγκο (Potari & Spiliotopoulou, 1994) παρουσιάζονται και οι ίδιοι οι φοιτητές έχουν να δώσουν λύσεις σε διάφορες καταστάσεις που αφορούν στον όγκο. Τους ζητείται, επίσης, να σχεδιάσουν ερευνητικά έργα κατάλληλα για την ηλικία των μαθητών της τάξης που διδάσκουν, ώστε να διερευνήσουν τις ιδέες των μαθητών τους για κάποιες πλευρές της έννοιας του όγκου. Στο τελευταίο εργαστήριο, ως συμπληρωματική αξιολόγηση δόθηκαν στους φοιτητές τα παρακάτω ερωτήματα:

«Έχετε δύο ίδια δοχεία, το ένα γεμάτο με νερό και το άλλο γεμάτο με μέλι. Ο όγκος των υγρών είναι ίδιος; Σχολιάστε και εξηγήστε την άποψη σας.»

«Ας υποθέσουμε ότι τα τοποθετείτε στη ζυγαριά. Τι νομίζετε ότι θα συμβεί; Εξηγήστε και σχολιάστε την άποψη σας.»

«Σχεδιάστε μια διδακτική δραστηριότητα με βάση το μοντέλο της ζυγαριάς»

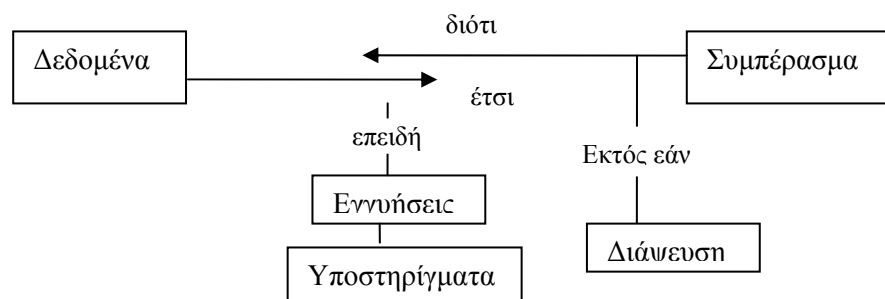
Πιο συγκεκριμένα το ερώτημα 1 αναφέρεται στις σημασίες της έννοιας του όγκου ως χώρου που καταλαμβάνουν τα δοχεία. και ως χωρητικότητας των δοχείων, αλλά και στην έννοια του όγκου ως χώρου που καταλαμβάνουν τα υγρά. Το ερώτημα 2 εισάγει και τις έννοιες μάζας και βάρους. Τα ερωτήματα αυτά φαίνεται ότι εστιάζουν στη φυσική διάσταση του όγκου, αν και, όπως η έρευνα των Potari & Spiliotopoulou (1994) έδειξε, οι μαθητές ακόμα και σε ερωτήματα αυτής της μορφής αποδίδουν τόσο γεωμετρικές όσο και φυσικές διαστάσεις στην έννοια. Οι έννοιες αυτές ασφαλώς σχετίζονται μεταξύ τους και οι θεωρίες της εννοιολογικής αλλαγής (conceptual change) υποστηρίζουν ότι προκύπτουν από τη διαφοροποίηση μιας αρχικά αδιαφοροποίητης έννοιας, η οποία ενοποιεί χαρακτηριστικά και συστατικά των διακριτών εννοιών, όπως είναι αυτές, του μεγέθους, του βάρους και της πυκνότητας (Smith, Carey & Wiser, 1985). Το τρίτο ερώτημα, που δεν αναλύεται εδώ, είχε ως στόχο να περάσει τους φοιτητές από την αντιμετώπιση γνωστικών θεμάτων σε θέματα διδακτικής.

Τα ερωτήματα αυτά απαντήθηκαν ατομικά από 27 φοιτητές.

## Ανάλυση

### Μεθοδολογία

Στις απαντήσεις των φοιτητών εντοπίζονται δυο διαστάσεις. Η μια αφορά τις εκφράσεις της έννοιας του όγκου που περιλαμβάνονται και η άλλη αφορά τη λογική που αυτές συνδέονται για να καταλήξουν στο συμπέρασμα. Η ανάλυση της λογικής της αιτιολόγησης βασίζεται στη διάταξη ενός επιχειρήματος (Toulmin, 1958) – ένα σχήμα που αναπαριστά το ιδανικό μοντέλο ενός ουσιαστικού επιχειρήματος (Σχ. 1). Αυτό προέκυψε από την ανάλυση πολλών περιπτώσεων της λογικής της επικοινωνίας σε διαφορετικά πεδία και περιγράφει μια κοινή βάση για τις προσπάθειες επιχειρηματολογίας.



Σχήμα 1. Η σχηματική αναπαράσταση του επιχειρήματος κατά Toulmin

Γενικά, η επιχειρηματολογία λειτουργεί με τρόπο που ο συμπερασματικός ισχυρισμός εξασφαλίζεται με το να τον παρουσιάσει κάποιος ως συμπέρασμα από μη αμφισβητούμενα γεγονότα (Krummheuer, 1995). Ο εντοπισμός του πυρήνα του επιχειρήματος περιλαμβάνει, επίσης, την εγγύηση (warrant) για το συνεπαγόμενο συμπέρασμα και ένα επιπλέον μέσο για την εξασφάλισή του, που ειδικά υποστηρίζει το εγγυημένο συμπέρασμα, το υποστήριγμα (backing). Ένα ολοκληρωμένο επιχείρημα αναμένεται να περιλαμβάνει όλα τα μέρη της σχηματικής αναπαράστασης του Toulmin. Η εγγύηση είναι το στοιχείο που εξηγεί γιατί τα δεδομένα εύλογα στηρίζουν τον ισχυρισμό και δημιουργεί τη σύνδεση ανάμεσα στα δεδομένα και τα συμπεράσματα, ενώ τα υποστηρίγματα αιτιολογούν την πίστη στην εγγύηση. Η κύρια διαφορά ανάμεσα στην εγγύηση και το υποστήριγμα σχετίζεται με το γεγονός ότι η δήλωση της εγγύησης έχει υποθετικό χαρακτήρα, σαν γέφυρα ή μπορεί να είναι ένα

γενικό επιμύθιο πρακτικού χαρακτήρα, ενώ το υποστήριγμα της εγγύησης μπορεί να εκφραστεί στη μορφή της κατηγορηματικής δήλωσης (Toulmin, 1958).

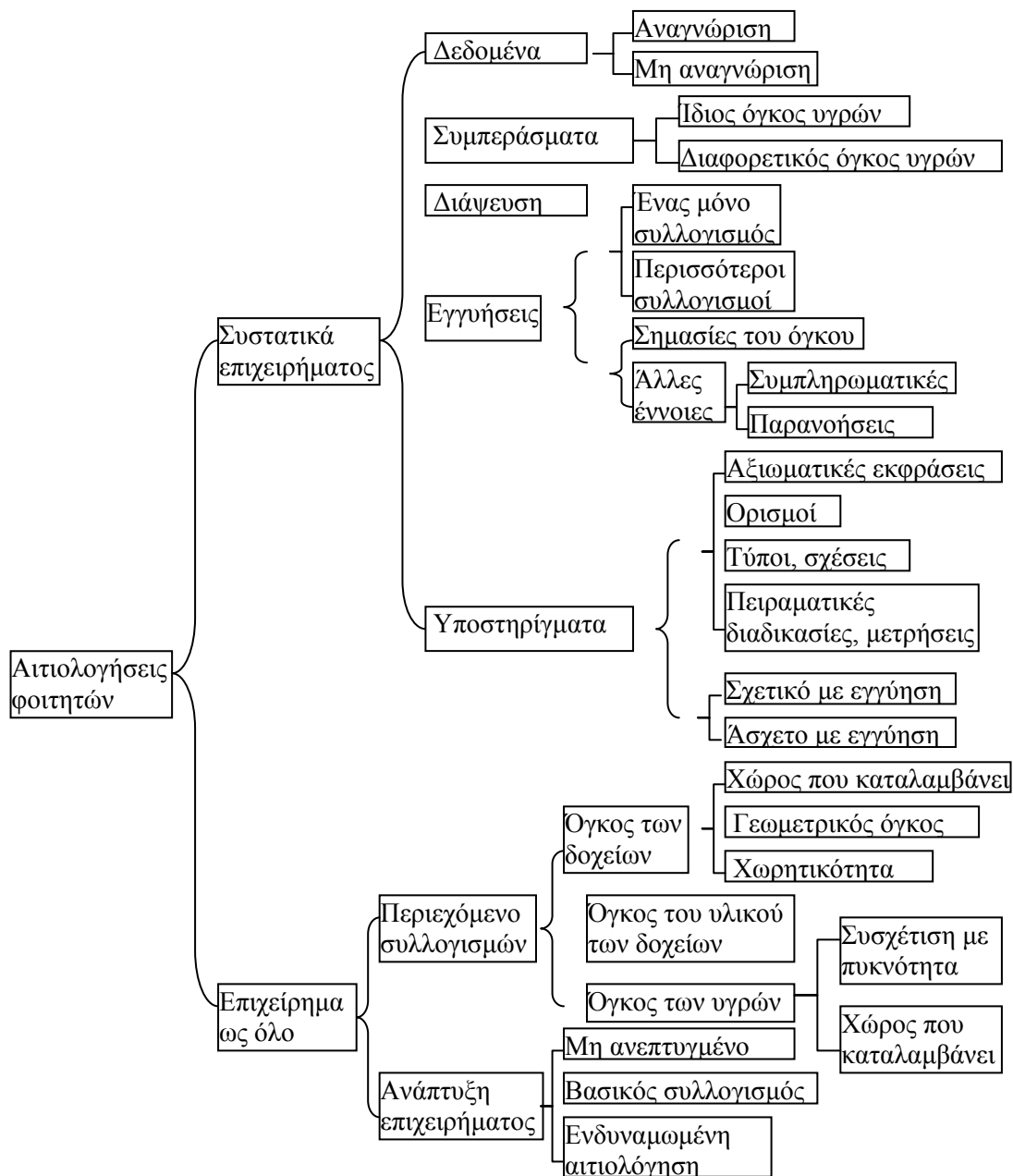
Οι αιτιολογήσεις που έδωσαν οι φοιτητές στα ερωτήματα αναλύθηκαν σχετικά με την πληρότητα ως προς τα μέρη-συστατικά των επιχειρημάτων τους, που θεωρούνται εδώ ως ένα είδος απλού συλλογισμού και σχετικά με το είδος των εγγυήσεων και των υποστηρίγμάτων που περιλαμβάνουν. Αναλύθηκαν, επίσης, σχετικά με το περιεχόμενο και την ανάπτυξη του επιχειρήματος ως όλο. Το γενικευμένο σχήμα που προέκυψε, παρ' όλο που περιλαμβάνει στοιχεία για την ποιότητα των επιχειρημάτων, είναι ανεξάρτητο από την ορθότητα ή μη των συλλογισμών των επιχειρημάτων.

### **Ανάλυση των ερωτημάτων σύμφωνα με το σχέδιο του Toulmin**

#### **Ερώτημα 1**

Στο ερώτημα αυτό, τα δεδομένα διατυπώνονται και περιγράφονται από την έκφραση «Δυο ίδια δοχεία, γεμάτα με δυο διαφορετικά υγρά», ενώ ως συμπέρασμα μπορεί να είναι «Ναι, ο όγκος των υγρών είναι ίδιος» ή «Όχι, ο όγκος των δυο υγρών δεν είναι ίδιος». Δηλαδή τα δεδομένα αναφέρονται στον όγκο των δοχείων, ενώ το συμπέρασμα στον όγκο των υγρών. Μια πλήρης επιχειρηματολογία περιλαμβάνει αναφορά στις δυο αυτές εκφράσεις του όγκου που αποτελούν συνδεδεμένα συστατικά μιας αποδεικτικής λογικής. Ως εγγυήσεις μπορεί να εκληφθούν «Δυο ίδια δοχεία έχουν την ίδια χωρητικότητα» και «Δυο υγρά, ανεξάρτητα που είναι διαφορετικά, τα οποία γεμίζουν δοχεία ίδιας χωρητικότητας καταλαμβάνουν τον ίδιο χώρο», ενώ ως υποστηρίγματα «Το εσωτερικό σχήμα δυο ίδιων δοχείων είναι ίδιο, επομένως αν υπολογίσω από τον κατάλληλο τύπο ή μετρήσω με την ίδια μονάδα μέτρησης τον όγκο του εσωτερικού θα είναι ίδιος». Οι απαντήσεις των φοιτητών φαίνεται να διαφοροποιούνται κυρίως αναφορικά με τους συλλογισμούς που χρησιμοποιούν ασυνείδητα ως εγγυήσεις ή ως υποστηρίγματα για να αιτιολογήσουν την άποψή τους, αλλά και με τις εκφράσεις της έννοιας του όγκου που υιοθετούν για να κάνουν τους συλλογισμούς τους. Τα χαρακτηριστικά των επιχειρημάτων που οι φοιτητές αναπτύσσουν και οι αντιλήψεις για την έννοια του όγκου στις οποίες στηρίζουν τα επιχειρήματά τους παρουσιάζονται στο Σχήμα 2 με την τελική μορφή του συστημικού δικτύου, εργαλείο που οδήγησε και την ανάλυση των δεδομένων. Η μια διάσταση που εντοπίστηκε σχετίζεται με τη δομή των επιχειρημάτων, δηλαδή με τα βασικά *συστατικά* του επιχειρήματος, όπως είναι τα δεδομένα, το συμπέρασμα, οι εγγυήσεις και τα υποστηρίγματα. Η άλλη διάσταση αναφέρεται στο *επιχείρημα ως όλον* και προσδιορίζεται από το *περιεχόμενο* των συλλογισμών που κυρίως σχετίζεται με τις σημασίες και τις εκφράσεις του όγκου που χρησιμοποιούν, και από την *ανάπτυξη* των συλλογισμών της κάθε απάντησης.

Αναφορικά με τα *δεδομένα*, η άμεσα δηλωμένη αναγνώρισή τους καθιστά την απάντηση ολοκληρωμένη και δεν είναι πάντα δεδομένη. Στην απάντηση «Αφού ο χώρος που καταλαμβάνουν στο δοχείο είναι ίδιος τότε έχουν και τον ίδιο όγκο» απουσιάζει μια άμεση αναφορά στα δεδομένα δηλ. την ύπαρξη των δυο ίδιων δοχείων, που το ένα είναι γεμάτο με νερό και το άλλο γεμάτο με μέλι. Στην απάντηση «Ο όγκος των υγρών είναι ίδιος εφόσον τα δοχεία είναι ίδια άρα θα έχουν τον ίδιο όγκο γιατί ο όγκος είναι ο χώρος που καταλαμβάνουν τα αντικείμενα, δεν εξαρτάται από την πυκνότητα των υγρών» υπάρχει άμεση αναφορά στο δεδομένο ότι τα δοχεία είναι ίδια, έμμεση στο δεδομένο των διαφορετικών υγρών με την επίκληση της πυκνότητας και απουσία του δεδομένου ότι τα δοχεία είναι γεμάτα.



Σχήμα 2. Συστημικό Δίκτυο με χαρακτηριστικά των αιτιολογήσεων στο ερώτημα 1

Ως εγγυήσεις εκλαμβάνονται ένας ή περισσότεροι συλλογισμοί που βασίζονται στην έννοια του όγκου ή στις άλλες σχετικές, συμπληρωματικές του βασικού συλλογισμού, έννοιες, πυκνότητα, μάζα, βάρος. Το ρόλο των υποστηριγμάτων, τα οποία συχνότερα συνδέονται με τις εγγυήσεις και σπανιότερα είναι άσχετα, φαίνεται να παίζουν αξιωματικές εκφράσεις του τύπου «Η πυκνότητα επηρεάζει τον όγκο», ορισμοί του τύπου «Ο όγκος στα μαθηματικά είναι ο χώρος που καταλαμβάνουν τα αντικείμενα», τύποι ή σχέσεις της μορφής «Ο όγκος είναι διαφορετικός σύμφωνα με τον τύπο  $\rho = m/v$ », πειραματικές διαδικασίες και μετρήσεις της μορφής «Ζυγίζοντας τα δυο δοχεία διαπιστώνουμε τη διαφορά τους». Οι συλλογισμοί των εγγυήσεων και των υποστηριγμάτων φαίνεται να κατευθύνονται από τα στοιχεία των δεδομένων, στα οποία οι φοιτητές επικέντρωσαν την προσοχή τους. Το σημείο αυτό μαζί με την επιλογή της κατάλληλης σημασίας του όγκου διαμόρφωσε το περιεχόμενο των

συλλογισμών τους και είναι αυτά που διευκόλυναν ή εμπόδισαν την ανάπτυξη των επιχειρημάτων.

Η απάντηση «Ο όγκος των υγρών είναι ο ίδιος, γιατί και τα δυο δοχεία είναι ίδια άρα και τα δυο καταλαμβάνουν τον ίδιο χώρο» είναι μη ανεπτυγμένο επιχείρημα, αφού αφ' ενός μεν χρησιμοποιείται μόνο το δεδομένο ότι τα δοχεία είναι ίδια, η υποτυπώδης εγγύηση δεν είναι σαφές αν αναφέρεται στον όγκο των υγρών και η σύνταξη των τριών συλλογισμών δεν δημιουργεί φανερές αιτιακές σχέσεις. Το επιχείρημα της απάντησης «Αφού τα δυο δοχεία είναι ίδια, καταλαμβάνουν ίδιο χώρο στο διάστημα, άρα έχουν ίδιο όγκο και αφού είναι ίδια τοιχώματα χωράνε την ίδια ποσότητα υλικού. Ο όγκος των υγρών είναι ίδιος. Το βάρος τους διαφέρει» στηρίζεται αφ' ενός μεν στην έννοια του όγκου ως χώρου που καταλαμβάνουν στο διάστημα που μοιάζει μάλλον με τη γεωμετρική έκφραση του όγκου, ξεκινώντας από το δεδομένο των ίδιων δοχείων, ενώ ως δεύτερη εγγύηση χρησιμοποιεί και τη σημασία του όγκου ως χώρου που καταλαμβάνει το υλικό των δοχείων για να καταλήξει στην ίδια χωρητικότητα των δοχείων. Στην εγγύηση αυτή βέβαια εμφανίζεται μια εννοιολογική ασάθεια αναφορικά με την χρήση της έννοιας του όγκου, αφού το «χωράνε την ίδια ποσότητα υλικού» υποδηλώνει *παρὰ νόηση*, που πιθανόν προέρχεται από αδυναμία διαχωρισμού των εννοιών όγκου και μάζας. Η αναφορά στο βάρος είναι μια πρόσθετη εγγύηση που απαντά στο δεδομένο της διαφορετικότητας των υγρών. Το επιχείρημα αυτό δεν περιλαμβάνει κάποιο συλλογισμό που θα μπορούσε να εκληφθεί ως υποστήριγμα. Παρόμοιοι όροι που αποκαλύπτουν εννοιολογική ασάφεια, αλλά και η αντίληψη του γεωμετρικού όγκου, που συνδέεται με τις διαστάσεις των δοχείων εκφράζεται και στην απάντηση «Πιστεύω ότι τα δύο σώματα έχουν τον ίδιο όγκο εφόσον τα δοχεία έχουν τις ίδιες διαστάσεις και περικλείουν ίδια ποσότητα ύλης, άσχετα αν η ύλη είναι διαφορετική».

Σχετικά με το συμπέρασμα, μόνο δυο φοιτητές απάντησαν ότι ο όγκος των υγρών δεν είναι ίδιος, ενώ σε μια περίπτωση δόθηκε απάντηση υπό συνθήκη. Στην περίπτωση αυτή τα δεδομένα του ερωτήματος δεν κατανοήθηκαν και αναφέρθηκε *διάψευση* (rebuttal) του συμπεράσματος αν τα δοχεία δεν είναι ίδιου μεγέθους επιχειρηματολογώντας στη συνέχεια με την υπόθεση «Αν είναι ίδια...». Η μια από τις δυο απαντήσεις για διαφορετικό όγκο, που αναφέρει «Πιστεύω ότι δεν είναι ίδιος γιατί έχουν διαφορετική πυκνότητα και ίδια μάζα. Άρα ο όγκος είναι διαφορετικός σύμφωνα με τον τύπο  $\rho = m/v$ », φαίνεται να στηρίζεται στο δεδομένο της διαφορετικής φύσης των υγρών, χρησιμοποιεί ως υποστήριγμα τον τύπο-σχέση πυκνότητας, μάζας, όγκου, αλλά η εγγύηση που αναγνωρίζει τη διαφορετική πυκνότητα των υγρών εκλαμβάνει την ύπαρξη ίδιας μάζας, κάτι που επίσης υποδηλώνει ταύτιση ή μη δυνατότητα διαχωρισμού των εννοιών μάζας και όγκου, σημείο κλειδί για την εξαγωγή του συμπεράσματος.

Τα περισσότερα επιχειρήματα περιλαμβάνουν μια ή συνήθως περισσότερες εγγυήσεις και όχι τόσο συχνά υποστηρίγματα. Οι περισσότερες περιπτώσεις εμπίπτουν μάλλον στην κατηγορία των αναλυτικών επιχειρημάτων, κατά τον Krummheuer (1995), που μερικές φορές καταλήγουν ακόμη σε ταυτολογία, σε αντιδιαστολή με την ουσιαστική επιχειρηματολογία (substantial argumentation), όπου η λογική εξαγωγή του συμπεράσματος δεν βασίζεται σε τυχαία παράθεση συλλογισμών και σε αυταπόδεικτα δεδομένα, αλλά σε πειστικό συνδυασμό στοιχείων, σχέσεων και εξηγήσεων.

## Ερώτημα 2

Το ερώτημα αυτό βασίζεται στα στοιχεία του ερωτήματος 1, άρα τα δεδομένα είναι ίδια προστιθέμενου και του συμπεράσματος σ' αυτό. Το συμπέρασμα εδώ έχει τρεις πιθανές απαντήσεις, δηλ. θα γείρει προς το δοχείο με το μέλι, θα ισορροπήσει, θα γείρει προς το δοχείο με το νερό. Ως εγγυήσεις εκλαμβάνονται συλλογισμοί για το ποιο από τα δύο υγρά έχει μεγαλύτερη μάζα και βάρος, ενώ ως υποστηρίγματα μπορούν να εκληφθούν οι σχέσεις που συνδέουν μάζα, πυκνότητα, όγκο και μάζα με βάρος, ή σχετικοί περιγραφικοί συλλογισμοί.

Τρεις απαντήσεις αποφαίνονται την ισορροπία της ζυγαριάς, ενώ οι υπόλοιπες προτείνουν ότι η ζυγαριά θα γείρει προς το μέρος του δοχείου με το μέλι. Στις δυο απαντήσεις που ισχυρίζονται την ισορροπία, συνεχίζονται οι συλλογισμοί στο ερώτημα 1 και εκλαμβάνεται ότι τα δυο υλικά δεν έχουν τον ίδιο όγκο λόγω της διαφορετικής τους πυκνότητας, αλλά την ίδια μάζα, ενώ στην τρίτη, η εγγύηση που δίνεται είναι ότι ο όγκος των δυο υλικών είναι ίδιος. Και στις τρεις περιπτώσεις δεν υποστηρίζονται περαιτέρω οι ισχυρισμοί και είναι σαφής η χρήση μιας αδιαφοροποίητης έννοιας μάζας-όγκου, πιθανόν και βάρους, που χαρακτηριστικά στη μια περίπτωση αναφέρεται ως παρόμοιος «αριθμός των ποσοτήτων».

Η αναφορά στην πυκνότητα είναι αυτή που έχει χρησιμοποιηθεί σε όλες τις υπόλοιπες απαντήσεις και ο ρόλος της μάλλον είναι αυτός του υποστηρίγματος, εμπίπτει στην κατηγορία του συστημικού δικτύου του προηγούμενου ερωτήματος της αξιωματικής έκφρασης και είναι είτε άμεση, είτε έμμεση με εκφράσεις του τύπου «λόγω του ότι το μέλι είναι πιο συμπυκνωμένο από το νερό», «γιατί είναι (το μέλι) πιο συμπαγές». Σε κάποιες απαντήσεις το επιχείρημα τελειώνει με μια τέτοια μη ανεπτυγμένη μορφή, για παράδειγμα «Το Β θα πάει προς τα κάτω γιατί έχει το μέλι μεγαλύτερη πυκνότητα», ενώ στις περισσότερες περιπτώσεις δίνονται ως εγγυήσεις δηλώσεις για τη μάζα ή το βάρος χωρίς να δίνονται συσχετίσεις, και καθαροί αιτιακοί συλλογισμοί. Για παράδειγμα, στον πιο συνηθισμένο τύπο απάντησης, όπως «Η ζυγαριά θα κλείνει προς τη μεριά του δοχείου που περιέχει μέλι. Αυτό γίνεται γιατί το μέλι έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το νερό. Επομένως θα έχει και μεγαλύτερο βάρος από το νερό», παρ' όλο που υπάρχουν συνεπαγωγικοί συλλογισμοί, το πέραςμα από την πυκνότητα στο βάρος γίνεται χωρίς την ενδιάμεση αναφορά στη μάζα, χωρίς από την άλλη μεριά να χρησιμοποιείται μια σχέση ή να περιγράφεται μια συλλογιστική που να την απαλείφει.

Μόνο σε δυο περιπτώσεις οι συλλογισμοί θα μπορούσαν να θεωρηθούν ότι καταλήγουν σε ουσιώδη επιχειρήματα (substantial arguments). Και στις δυο αυτές περιπτώσεις χρησιμοποιείται ως σημείο-κλειδί η έννοια της μάζας και ο συλλογισμός της συνεπαγωγής. Στη μια περίπτωση που το παράδειγμα είναι ως ακολούθως:

*Από τον τύπο  $V_{υγρ}d_{υγρ}=m_{υγρ}$  και ξέροντας ότι  $d_{μελιού}>d_{νερού}\rightarrow m_{μελιού}>m_{νερού}$ , άρα η ζυγαριά θα γύρει προς το μέρος του μελιού.*

η έννοια του βάρους δεν εμπλέκεται καθόλου, κάτι που μπορεί να γίνει αποδεκτό αφού παραδοσιακά η ζυγαριά ακόμη και στο σχολικό περιβάλλον θεωρείται ότι μετράει τις μάζες των σωμάτων. Έτσι, ως δεδομένο, αν και δεν διατυπώνεται σαφώς εκλαμβάνεται το συμπέρασμα στο ερώτημα 1, ότι ο όγκος των δυο υγρών είναι ίδιος, ως υποστηρίγματα τίθενται ο τύπος υπολογισμού της μάζας του υγρού  $V_{υγρ}d_{υγρ}=m_{υγρ}$  και η κοινής λογικής γνώση της διαφορετικής πυκνότητας, που όμως εκφράζεται με τυποποιημένα σύμβολα  $d_{μελιού}>d_{νερού}$ , ενώ ως εγγύηση το συμπέρασμα από τη χρήση των τύπων, ότι  $m_{μελιού}>m_{νερού}$ .

Στην άλλη περίπτωση η απάντηση είναι ως ακολούθως:

*Η ζυγαριά θα γείρει προς την πλευρά του Β δοχείου γιατί το Β δοχείο έχει περισσότερη πυκνότητα, άρα έχει μεγαλύτερη μάζα και επομένως περισσότερο βάρος.*

$$P_1 = m_1/V$$

$$\rightarrow P_1 < P_2 \text{ άρα } m_1 < m_2 \text{ άρα } B_1 < B_2$$

$$P_2 = m_2/V$$

Εδώ και πάλι χρησιμοποιείται ως δεδομένο ότι ο όγκος είναι ο ίδιος, ως υποστηρίγματα η διαφορετική πυκνότητα και ο τύπος υπολογισμού της πυκνότητας στις δυο περιπτώσεις, ενώ ως εγγυήσεις οι συλλογισμοί ότι η μάζα του ενός μεγαλύτερη από την άλλη και ότι το βάρος του ενός μεγαλύτερο από το άλλο. Για την τελευταία συνεπαγωγή δεν χρησιμοποιείται υποστήριγμα, σχέση ή συλλογισμός δηλαδή που να συνδέει μάζα και βάρος, ενώ επισημαίνεται η γλωσσική ασάφεια αναφοράς της πυκνότητας στο δοχείο και όχι στο υγρό του δοχείου.

## **Συμπεράσματα**

Οι έννοιες που αναφέρονται στις φυσικές ιδιότητες της ύλης δημιουργούν δυσκολίες σε μαθητές και φοιτητές όταν προσπαθούν να απαντήσουν και να αιτιολογήσουν προβλήματα, ερωτήματα στα οποία οι έννοιες αυτές υφίστανται ή έχουν εφαρμογή. Χαρακτηρισμοί των εννοιών ως αδιαφοροποιήτες έννοιες κατά τους Smith, Carey & Wiser (1985), είτε ως «πανταχού παρούσες» ποσότητες (ubiquitous quantities) κατά τους Klopfer, Champagne & Chaiklin (1992), φαίνεται να υποστηρίζονται και από τα ευρήματα αυτής της ερευνητικής προσπάθειας. Αν και οι εξηγήσεις του φαινομένου αυτού είναι για τους πρώτους οι γνωστικές ελλείψεις, ενώ για τους δεύτερους η γενική θεωρητική δομή που ακόμη δεν έχει εξελιχθεί σε εξειδικευμένες για κάθε έννοια θεωρητικές δομές, γεγονός είναι ότι οι αμφιβολίες επί των εννοιών και η έλλειψη διαφοροποίησης εξακολουθεί να υπάρχει και σε ηλικίες που η γνωστική ανάπτυξη έχει ολοκληρωθεί, όπως είναι αυτές των φοιτητών. Νέα στοιχεία που φαίνεται να προκύπτουν από τα ευρήματά μας δείχνουν τη σημασία ανάπτυξης αιτιακών συλλογισμών και διατύπωσης επιχειρημάτων για το σχολιασμό και αιτιολόγηση απλών ερωτημάτων.

Η ανάλυση με βάση το σχήμα αιτιολόγησης του Toulmin μας έδωσε τη δυνατότητα να ερευνήσουμε και άλλες διαστάσεις της σκέψης τους γύρω από τις έννοιες. Η γνώση τους για τις εκφράσεις της έννοιας του όγκου φαίνεται να μην είναι αρκετές για να επιχειρηματολογήσουν σε ικανοποιητικό επίπεδο για τους μαθητές τους για απλά θέματα που σχετίζονται με την έννοια του όγκου και τις σχετικές έννοιες της μάζας της πυκνότητας και του όγκου. Είναι σαφές ότι υπάρχουν έμφυτα προβλήματα στις έννοιες και στις σημασίες που παίρνουν όταν τα σώματα εμφανίζονται σε ορισμένη μορφή και ανάλογα με το πού ένα πρόβλημα ή ένα ερώτημα εστιάζεται. Ο όγκος ενός σώματος ως χώρος που καταλαμβάνει το σώμα και η διαφοροποίησή του από τον γεωμετρικό όγκο στις περιπτώσεις ανοικτών-κλειστών δοχείων, αλλά και από τον όγκο που καταλαμβάνει το υλικό του σώματος σε περιπτώσεις συμπαγών-κοίλων σωμάτων, καθώς και ο διαφορετικός τρόπος υπολογισμού του όγκου ανάμεσα σε σώματα με γεωμετρικό σχήμα και αντικείμενα της καθημερινής ζωής, αλλά και οι σχέσεις του όγκου με τις έννοιες της μάζας, της πυκνότητας και του βάρους συνθέτουν μια γνωστική περιοχή με πολλαπλές παραμέτρους και λεπτές διαφοροποιήσεις. Η επισήμανση αυτών των δυσκολιών και η ενασχόλησή τους με κάποια σχετικά προβλήματα φαίνεται ότι δεν ήταν αρκετή για να γίνουν οι απαραίτητοι εννοιολογικοί διαχωρισμοί που οι καταστάσεις απαιτούσαν. Πέρα από γλωσσικές και συντακτικές ασάφειες που εμφανίζονται, το σημαντικό είναι η



αδυναμία επιλογής της κατάλληλης έκφρασης της έννοιας του όγκου, καθώς και της συσχέτισης με τις άλλες εκφράσεις και έννοιες που η αιτιολόγηση του πρώτου ερωτήματος απαιτεί. Οι εξηγήσεις τους είναι ελλιπείς και τα εννοιολογικά εργαλεία, συγκρίσεις, διαφοροποιήσεις συνεπαγωγές είναι μάλλον περιορισμένα. Η λογική πίσω από τις αιτιολογήσεις και στο δεύτερο ερώτημα είναι στοιχειώδης με φανερή αδυναμία συσχετισμού εννοιών πέραν των προφανών και αιτιακής σύνδεσης των συλλογισμών τους. Ελάχιστα είναι τα επιχειρήματα που θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως ουσιώδη επιχειρήματα.

Τα επιχειρήματα που χρησιμοποίησαν δεν ήταν ανεπτυγμένα στο βαθμό που το γνωστικό τους επίπεδο πιθανόν δικαιολογούσε. Οι περισσότεροι από αυτούς κατάφεραν να κάνουν βασικούς συλλογισμούς, λιγότεροι κατάφεραν να δώσουν επιχειρήματα με ενδυναμωμένη αιτιολόγηση και ελάχιστοι ολοκληρωμένα, ουσιώδη και ορθά επιχειρήματα. Αν και λίγες απαντήσεις περιελάμβαναν υποστηρίγματα, οι κατηγορίες που προέκυψαν μας έδωσαν εικόνα για το πώς συντίθενται τα επιχειρήματά τους μέσα από τη χρήση των ορισμών, τη διατύπωση αξιωματικών εκφράσεων, την αναζήτηση σχέσεων ή πειραματικών διαδικασιών, θέματα που πιθανόν θέτουν υπό συζήτηση και την οντολογία των εννοιών και είναι πολύ σημαντικά για το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων στην εκπαίδευση των φοιτητών. Ασφαλώς, η ανάπτυξη των τυπικών κανόνων της λογικής στις αιτιολογήσεις των φοιτητών δεν είναι δυνατή και δεν μπορεί να αποτελεί στόχο της εκπαίδευσής τους. Η πρακτική διαδικασία της επιχειρηματολογίας διαφέρει, άλλωστε, από την ανάλυση της τυπικής λογικής και η καθαρότητα, το κύρος, η ισχυρότητα ή η δύναμη των επιχειρημάτων που αναπτύσσονται εξαρτώνται στην πραγματικότητα από το πεδίο εφαρμογής (field-dependent) και δεν μπορούν να ορισθούν με ανεξάρτητους του πεδίου εφαρμογής (field-invariant) λογικούς όρους (Toulmin, 1958). Τα ευρήματά μας δηλώνουν επιπλέον την εξάρτηση των επιχειρημάτων από το πλαίσιο (context-dependent) των προβλημάτων, στα οποία οι φοιτητές καλούνται να απαντήσουν και να αιτιολογήσουν. Η επικέντρωση της προσοχής στην ανάπτυξη επιχειρημάτων κατά τη συζήτηση ή τη διαπραγμάτευση προβλημάτων ή διδακτικών καταστάσεων τόσο στην εκπαίδευση των φοιτητών, όσο και στις σχολικές τάξεις, διευρύνει το θέμα της σημασίας των αντιλήψεων των μαθητών ή των φοιτητών. Συνδέει το ζήτημα των αντιλήψεων με το θέμα της αιτιακής σκέψης και της λογικής. Φαίνεται να γίνεται αναγκαία η μελέτη της συσχέτισης των στοιχείων της πραγματικότητας με την κατασκευή συμπερασμάτων και καινούργιων σκέψεων και πώς αυτή η συσχέτιση βασίζεται στη σύνθεση γνωστικών στοιχείων και επιστημονικών διαδικασιών που προσφέρονται. Μια τέτοια διάσταση στη διδακτική είναι μια πολύπλοκη, αλλά ενδιαφέρουσα και προκλητική προοπτική.

## Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Ball, D. L., Bass, H. (2000) Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.
- Cooney, T. (1999) Conceptualizing Teachers' ways of Knowing. In *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163-187.
- Klopfer, L. E., Champagne, A. B., & Chaiklin, S.D. (1992) The ubiquitous quantities: Explorations that inform the design of instruction on the physical properties of matter. In *Science Education*, 76(6), 597-614.

- Krummheuer, G. (1995) The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds), *The emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: LEE.
- Lampert, M. (1998) Studying teaching as a thinking practice. In J. Greeno & S.G. Goldman (Eds), *Thinking practices* (pp. 53-78). Hillsdale, NJ: Elbraum.
- Ma, L. (1999) *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah, NJ: Erlbaum
- Mitchell, J., Kapitzke, C., Mayer, D., Carrington, V., Stevens, L., Bahr, N., Pendergast, D. & Hunter, L. (2003) Aligning School Reform and Teacher Education Reform in the Middle Years: An Australian case study. In *Teaching Education* 14(1), 69-82.
- Potari, D., Spiliotopoulou, V. (1994) Children's approaches to the concept of volume. In *Science Education*, 80(3), 341-360.
- Shulman, D. (1986) Those who understand: Knowledge growth in teaching. In *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Smith, R. (2000) The future of teacher education: principles and practices. In *Asia-Pacific Journal of Teacher Education* 28(1), 7 – 22.
- Smith, C., Carey, S., Wisner, M. (1985) On differentiation: A case study of the development of the concepts of size, weight and density, *Cognition*, 21, 177-237.
- Spiliotopoulou, V., Potari, D. (2002) Prospective primary teachers' experiences as learners, designers and users of open mathematical tasks. *Proceedings (CD-ROM), 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (At the Undergraduate Level)*, University of Crete
- Toulmin, S. (1958) *The uses of argument*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Yackel, E., Hanna, G. (2003) Reasoning and Proof. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 227-236). Reston, VA: NCTM.