

Θεματική ενότητα 3: Μαθηματικά με εργαλεία ψηφιακής τεχνολογίας

Χρόνης Κυνηγός

Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

kynigos@ppp.uoa.gr

Στον ευρύτερο χώρο της εκπαιδευτικής έρευνας η ψηφιακή τεχνολογία χρησιμοποιείται κυρίως για διακίνηση και πρόσβαση σε πληροφορίες, ως επικοινωνιακό και συνεργατικό μέσο, ως σύστημα διαχείρισης της εκπαίδευσης και τέλος ως εργαλείο καθοδήγησης του χρήστη ή ασκησιολόγιο.

Στη διδακτική των Μαθηματικών, ενώ οι χρήσεις αυτές δεν απουσιάζουν, το ενδιαφέρον εστιάζεται κυρίως σε νοητικά εργαλεία που εμπεριέχουν κανόνες λειτουργίας άρρηκτα συνδεδεμένους με τα μαθηματικά. Τα εργαλεία αυτά μπορούν να ταξινομηθούν σε τέσσερις κατηγορίες:

- Τα ψηφιακά συστήματα για την Άλγεβρα (Computer Algebra Systems)
- Τα συστήματα δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων (Dynamic Geometry Systems)
- Τα συστήματα συμβολικής έκφρασης μαθηματικών εννοιών (programming environments) και
- Τα συστήματα διαχείρισης και στατιστικής επεξεργασίας δεδομένων.

Οι εργασίες της ενότητας αυτής αφορούν στη χρήση εργαλείων από την δεύτερη (Κορδάκη) και την τρίτη (Σάββα, κ.α.) κατηγορία, καθώς και συνδυασμού των δύο (Ψυχάρης, Κέισογλου κ.α., Γαβρίλης κ.α. και Κυνηγός, κ.α.).

Η έρευνα με αντικείμενο την παιδαγωγική αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας στα μαθηματικά εστιάζεται σε μεγάλο βαθμό στην εκπαιδευτική καινοτομία. Μια πτυχή της έννοιας ‘καινοτομία’ είναι το πώς μπορούν να αξιοποιηθούν εξελίξεις στην τεχνολογία για το σχεδιασμό νέων ψηφιακών εργαλείων για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Άλλη πτυχή είναι η επιστημολογική διάσταση των εργαλείων και του διδακτικού σχεδιασμού που τα συνοδεύει, δηλαδή το πώς ακριβώς διαμορφώνονται οι έννοιες προς μαθησιακή αξιοποίηση. Τρίτη πτυχή καινοτομίας είναι η φύση της μαθησιακής διαδικασίας, οι τρόποι με τους οποίους οι μαθητές διαμορφώνουν μαθηματικές έννοιες και νοήματα καθώς χρησιμοποιούν τα εργαλεία. Τέταρτη πτυχή είναι το μαθησιακό περιβάλλον – η μαθησιακή κατάσταση όπως αναλύουν οι Καλδρυμίδου και Τζεκάκη στην Θεματική Ενότητα 1, με έμφαση στους ρόλους μαθητών, διδασκόντων και ψηφιακών εργαλείων.

Πτυχή της έρευνας επομένως είναι η αναζήτηση τρόπων αξιοποίησης τεχνολογικών εξελίξεων με βάση καθαρά το διδακτικό σχεδιασμό. Το Cabri π.χ. το οποίο χρησιμοποιεί η Κορδάκη αποτελεί μια από τις πιο σημαντικές ιδέες αξιοποίησης της τεχνολογία διακεκμένων δυναμικού χειρισμού για τα μαθηματικά. Το Stagecast Creator (Σάββα, κ.α.) και το Μηχανουργείο (Κυνηγός κ.α.) μας δείχνουν τρόπους με τους οποίους οι τεχνολογίες προσομοίωσης (και μάλιστα στη δεύτερη περίπτωση τρισδιάστατης

προσομοίωσης) μπορούν να αποτελέσουν προγραμματιζόμενα εργαλεία για τη διδακτική των μαθηματικών. Τέλος, ο Χελωνόκοσμος (Ψυχάρης, Κεϊσογλου κ.α. και Γαβρίλης κ.α.) δείχνει πώς μπορούν να συνδυαστούν δύο τεχνολογικές προσεγγίσεις (του προγραμματισμού και του δυναμικού χειρισμού) που για τις ανάγκες της διδακτικής των μαθηματικών θεωρούνται διακριτές.

Οι εργασίες της ενότητας αυτής εμπίπτουν στο χώρο της αναζήτησης νέων τρόπων εμπλοκής των μαθητών στη δημιουργία μαθηματικών νοημάτων. Η Κορδάκη, π.χ. ερευνά τον τρόπο με τον οποίο μαθητές εμπλέκονται σε σχεδιασμένες δραστηριότητες γύρω από το θεώρημα του Θαλή με σκοπό να αναπτύξει αφ ενός μεν μια συστηματική περιγραφή του με τη μορφή μοντέλου μάθησης από τη μεριά των μαθητών και αφ ετέρου δραστηριότητες που να ανταποκρίνονται στις ανάγκες τους, με σκοπό να αναπτύξει μια συστηματική περιγραφή του με τη μορφή μοντέλου μάθησης. Οι Σάββα κ.α. και ο Ψυχάρης εστιάζουν ρητά στην επικοινωνία μεταξύ μαθητών καθώς κατασκευάζουν σταδιακά ένα πρόγραμμα για τους πρώτους αριθμούς και για την κατασκευή γραφικών αναπαραστάσεων αυξομοιούμενων γραμμών της αλφαβήτου αντίστοιχα. Παίρνουν δηλαδή μια δραστηριότητα που παραδοσιακά θεωρείται ατομική και που η συνεργασία θεωρείται απαραίτητη μόνο όταν το αντικείμενο του προγραμματισμού είναι πολύπλοκο ή μεγάλο και αντιστρέφουν τη διδακτική ατζέντα: διδάσκουν προγραμματισμό με σκοπό οι μαθητές να εξασκηθούν στην επικοινωνία για τα μαθηματικά και μέσα από αυτήν, στην πιο ρητή συνειδητοποίηση των εννοιών που δομούν. Οι Κεϊσογλου κ.α., Γαβρίλης κ.α. και Κυνηγός κ.α. επιλέγουν έννοιες των μαθηματικών που να μην υπάρχουν στα Α.Π., αλλά υπο-αξιοποιούνται ως αφορμήσεις για την ανάπτυξη μαθηματικών νοημάτων. Σχεδιάζουν και χρησιμοποιούν εργαλεία με στόχο οι έννοιες αυτές, η περιοδικότητα, η συνάρτηση της εφαπτομένης και τα διανύσματα, να γίνουν πεδία πάνω στα οποία οι μαθητές να εμπλακούν σε διαδικασίες μαθηματικής αντιμετώπισης προβλημάτων. Από αυτή την οπτική γωνία, η επιστημολογική διάσταση των εργαλείων και των μαθηματικών που αναπτύσσονται από τους μαθητές είναι σύνθετη. Τι σημαίνει, π.χ. ότι οι μαθητές ασχολούνται με την έννοια της συνάρτησης της εφαπτομένης στην περίπτωση του Κεϊσογλου κ.α.? Μήπως δεν ασχολούνται ταυτόχρονα και με τις έννοιες της αναλογίας, της ομοιότητας τριγώνων, του Θεωρήματος του Θαλή? Ακριβώς εκεί είναι και το ενδιαφέρον. Το ΑΠ στο δικό μας αλλά και τα άλλα συστήματα, έχει μια συγκεκριμένη δομή, αλληλουχία και σύστημα ως προς τα μαθηματικά που περιέχει. Τα ψηφιακά εργαλεία όμως μπορεί να μας δείξουν δρόμους όπου οι μαθητές κατανοούν με πολύ πιο στέρεο και βαθύ τρόπο τον μαθηματικό τρόπο σκέψης. Οι δρόμοι αυτοί μπορεί να σημαίνουν ότι πρέπει να θεωρήσουμε ξανά τη δομή του ΑΠ μας και να φέρουμε πιο κοντά στην επιφάνεια έννοιες που η τεχνολογία αυτή μπορεί να καταστήσει προσοδοφόρες ως προς το στόχο τα μαθηματικά να γίνουν περισσότερο τρόπος σκέψης, δημιουργίας και έκφρασης ως αναπόσπαστο μέρος του εναλλακτισμού στην κοινωνία μας.

Ως προς τη μαθησιακή διαδικασία, οι εργασίες μελετούν τη μάθηση μέσα από το σύγχρονο κοινωνικο-εποικοδομιστικό πλαίσιο, αλλά εστιάζουν σε διαφορετικές πτυχές της. Οι Κεϊσογλου κ.α. χρησιμοποιούν την έννοια της μαθηματοποίησης, που μελετά την ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης μέσα από την δραστηριότητα, ενώ οι Κυνηγός κ.α. και Ψυχάρης μελετούν τη μάθηση μέσα από το χειρισμό εργαλείων που ταυτόχρονα αποτελούν μαθηματικές αναπαραστάσεις και χειριστήρια ελέγχου εικονικών αντικειμένων. Ο τελευταίος χρησιμοποιεί την έννοια του γνωστικού σχήματος έτσι όπως

την εξέλιξε ο Vergnaud την προ-ψηφιακή περίοδο, και τη διαμορφώνει ως εργαλείο για τη μελέτη της αλληλεπίδρασης των μαθητών με το υπολογιστικό περιβάλλον ενώ οι Γαβρίλης κ.α. εστιάζουν περισσότερο στην έννοια της σύνδεσης που κάνουν οι μαθητές μεταξύ εννοιών. Ακόμη, οι Σάββα κ.α. κοιτούν την επικοινωνιακή διάσταση όπου η αυθεντική συζήτηση γίνεται εργαλείο επαναπροσδιορισμού λειτουργικών ορισμών των εννοιών που χρησιμοποιούνται από τους μαθητές. Τέλος, η Κορδάκη εστιάζει στη σχεδίαση δραστηριοτήτων σε περιβάλλον ψηφιακών εργαλείων με βάση τη μεθοδολογία της μοντελοποίησης όπου σχεδιάζονται διαφορετικά μοντέλα για τη μάθηση, το αντικείμενο μάθησης και το μαθητή τα οποία τροποποιούνται λαμβάνοντας υπόψη την αλληλεπίδραση των μαθητών με τα παρεχόμενα εργαλεία.

Τελειώνοντας, σχετικά με τις μαθηματικές καταστάσεις, παρατηρείται μια ομοιομορφία ως προς το ότι οι έρευνες έχουν γίνει σε εργαστηριακό περιβάλλον όπου οι μαθητές τίθενται σε ρόλο διερεύνησης λύσεων σε μαθηματικά προβλήματα μέσα από πειραματισμό, συζήτηση, δημιουργία και έκφραση μαθηματικών νοημάτων. Οι ρόλοι των εκπαιδευτικών, ενώ ποικίλουν σε λεπτομέρειες, εντάσσονται στο πλαίσιο του συζητητή, αυτού που θέτει προκλήσεις και αυτού που συν-ερευνά με τους μαθητές, καθοδηγώντας τους έμμεσα ώστε να εξασφαλίζεται η αίσθηση της οικειοποίησης της γνώσης από τους μαθητές.